

***Miejsce na naklejkę.***

*Sprawdź, czy kod na naklejce to* **E-660**.

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

|  |  |
| --- | --- |
| **WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY** |  |
|  |
|  **KOD PESEL** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **EGZAMIN MATURALNY****MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY**

|  |
| --- |
| **WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY** |
| Uprawnienia zdającego do:

|  |  |
| --- | --- |
|  | nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę |

|  |  |
| --- | --- |
|  | dostosowania zasad oceniania |

|  |  |
| --- | --- |
|  | dostosowania w zw.z dyskalkulią. |

  |

**Test diagnostyczny**Termin: **marzec 2021 r.**Czas pracy: **do 270 minut**Liczba punktów do uzyskania: **50** |

EMAP-R0-**660**-2103

|  |
| --- |
| **Instrukcja dla zdającego**1. Arkusz egzaminacyjny zawiera 15 zadań.
2. Obok każdego numeru zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą można uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
3. Odpowiedzi zapisuj na kartkach dołączonych do arkusza, na których zespół nadzorujący wpisał Twój numer PESEL.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. W razie pomyłki błędny zapis zapunktuj.
6. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
 |

W zadaniach od 1. do 4. zapisz po numerze zadania poprawną odpowiedź.

 Zadanie 1. (0–1)

 Liczba $log\_{2}9$ jest równa

A. $\frac{1}{log\_{3}4}$

B. $log\_{3}4$

C. $\frac{1}{log\_{3}\sqrt{2}}$

D. $log\_{3}\sqrt{2}$

 Zadanie 2. (0–1)

 Dane są dwie urny z kulami. W pierwszej urnie jest 10 kul: 8 białych i 2 czarne, w drugiej jest 8 kul: 5 białych i 3 czarne. Wylosowanie każdej z urn jest jednakowo prawdopodobne. Wylosowano jedną z tych urn i wyciągnięto z niej losowo jedną kulę. Wyciągnięta kula była czarna.

Prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowana kula pochodziła z pierwszej z tych urn, jest równe

A. $\frac{2}{18}$

B. $\frac{15}{23}$

C. $\frac{8}{23}$

D. $\frac{5}{18}$

 Zadanie 3. (0–1)

 Prosta dana równaniem $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ jest prostopadła do stycznej do wykresu funkcji
$f\left(x\right)=x^{4}-3x^{3}+x^{2}+x+5$ w punkcie

A. $\left(-1, 6\right)$

B. $\left(0, 5\right)$

C. $\left(1, 5\right)$

D. $\left(2, 3\right)$

 Zadanie 4. (0–1)

 Liczba $x$ jest sumą wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie równym $1$ i ilorazie $\frac{1}{\sqrt{3}}$ . Liczba $y$ jest sumą wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie równym $1$ i ilorazie $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

Wynika stąd, że liczba $x-y$ jest równa

A. $0$

B. $\sqrt{3}$

C. $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$

D. $3$

W zadaniach od 5. do 15. zapisz rozwiązania. Pamiętaj o podaniu numeru zadania.

 Zadanie 5. (0–2)

Oblicz, ile jest liczb dziesięciocyfrowych takich, że suma cyfr w każdej z tych liczb jest równa 13 i żadna cyfra nie jest zerem.

Zapisz kolejno – od lewej do prawej – cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku. Rozwiązanie tego zadania będzie uznane, jeśli podasz poprawne cyfry.

 Zadanie 6. (0–3)

 Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej $x$ większej od $2$ i dla każdej liczby rzeczywistej $y$ prawdziwa jest nierówność $5x^{2}-6xy+3y^{2}-2x-4>0$.

 Zadanie 7. (0–4)

 Rozwiąż równanie:

$$\sin(\left(x+\frac{1}{4}π\right))⋅\cos(\left(x+\frac{1}{4}π\right))=\frac{\sqrt{2}}{4}$$

 Zadanie 8. (0–4)

 Na przeciwprostokątnej AB trójkąta prostokątnego ABC zbudowano kwadrat ABDE (jak na rysunku).Stosunek pola trójkąta do pola kwadratu jest równy k.

Wykaż, że suma tangensów kątów ostrych tego trójkąta jest równa $\frac{1}{2k}$ .

D

E

A

B

C

 Zadanie 9. (0–4)

 Czworokąt ABCD jest wpisany w okrąg o środku O i promieniu $R=5\sqrt{2}$ (jak na rysunku). Przekątna BD tego czworokąta ma długość 10. Kąty wewnętrzne BAD i ADC czworokąta ABCD są ostre, a iloczyn sinusów wszystkich jego kątów wewnętrznych jest równy $\frac{3}{8}$ .

Oblicz miary kątów wewnętrznych tego czworokąta.

O

C

B

D

A

 Zadanie 10. (0–4)

Reszty z dzielenia wielomianu $W\left(x\right)=x^{4}+bx^{3}+cx^{2}$ przez dwumiany $(x-2)$ i $(x-3)$ są odpowiednio równe $(-8)$ oraz $(-18)$.

Oblicz resztę z dzielenia wielomianu $W$ przez dwumian $(x-4)$.

 Zadanie 11. (0–4)

 Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny ABCDEF. Krawędź podstawy tego graniastosłupa ma długość 4, a wysokość CF tego graniastosłupa jest równa 6.

Oblicz sinus kąta AFB.

 Zadanie 12. (0–5)

Czterowyrazowy ciąg $\left(a, b, c, d\right)$ jest rosnący i arytmetyczny. Kwadrat największego wyrazu tego ciągu jest równy podwojonej sumie kwadratów pozostałych wyrazów tego ciągu. Ponadto ciąg $(a+100, b, c)$ jest geometryczny.

Oblicz wyrazy ciągu $(a, b, c, d)$.

 Zadanie 13. (0–5)

 Dany jest równoległobok, którego boki zawierają się w prostych o równaniach: $y=x+b$, $y=x+2b$, $y=b$, $y=2$, gdzie liczba rzeczywista b spełnia warunki: $b\ne 2$ i $b\ne 0$.

Wyznacz wszystkie wartości parametru b, dla których pole tego równoległoboku jest

równe 1.

 Zadanie 14. (0–5)

 Wyznacz wszystkie wartości parametru a, dla których równanie $x^{2}-2ax+a^{3}-2a=0$ ma dwa różne rozwiązania dodatnie.

 Zadanie 15. (0–6)

 Rozpatrujemy wszystkie trójkąty ABC, których wierzchołki A i B leżą na wykresie funkcji f określonej wzorem $f\left(x\right)=\frac{9}{x^{4}}$ dla $x\ne 0$. Punkt C ma współrzędne $\left(0,-\frac{1}{3}\right)$, a punkty A i B są położone symetrycznie względem osi Oy (jak na rysunku).

Oblicz współrzędne wierzchołków A i B, dla których pole trójkąta ABC jest najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole.

C

y

x

1

A

3

B

Koniec