

10

Centralna Komisja Egzaminacyjna

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

/ © CKE 20	WPI	ISUJE ZDAJĄCY	Miejsce
ıficzny	KOD	PESEL	Miejsce na naklejkę z kodem
Układ graf			

### EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

### POZIOM ROZSZERZONY

- 1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 24 strony (zadania 1–11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
- 2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
- Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
- 4. Pisz czytelnie i używaj <u>tylko długopisu lub pióra</u> z czarnym tuszem lub atramentem.
- 5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
- 6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
- 7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
- 8. Na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
- 9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



Liczba punktów do uzyskania: 50

Czas pracy: 180 minut

**MAJ 2010** 

MMA-R1\_1P-102

Zadanie 1. (4 pkt) Rozwiąż nierówność  $|2x+4|+|x-1| \le 6$ .

		 									 						 			   <sup> </sup>
$\left  - \right $																				
																				 <u> </u>
	<u> </u>						_	_				_				_	 			
$\left  - \right $			<u> </u>						<u> </u>	<u> </u>							 			 
$\mid \mid$			-						-	-										
								_				_				_	 			
	 							_				_	 			_	 		 	 
$\left  - \right $																	 		$\square$	 <u> </u>
]						]										]			]	
	-		-				_	_	-	-		_				_	 			 
	-																			 <u> </u>
$\left  - \right $															$\square$					 -
	 -						_	_	 			_	 			_	 			 
-	-																			 
							_	_				_				_	 			
$\left  - \right $																	 			 -
	-		-				_	_	-	-		_			$\vdash$	_	 		$\square$	 -
																				 <u>.                                    </u>

							 	_		_		_	 				_	 -
		 					 	 _	 	_		_	 		 	 	_	 
																		 -
								 _	 	_		_					_	 <u> </u>
								 										 -
																		 -
	 	 					 	 _	 	_		_	 	 	 	 	_	 
								_		_		_					_	 -
-								 										 -
-	-				-													 -
																		 -
-																		 -
																		 -
-																		 -

	Nr zadania	1.
Wypełnia	Maks. liczba pkt	4
egzaminator	Uzyskana liczba pkt	

## Zadanie 2. (4 pkt)

Wyznacz wszystkie rozwiązania równania  $2\cos^2 x - 5\sin x - 4 = 0$  należące do przedziału  $\langle 0, 2\pi \rangle$ .

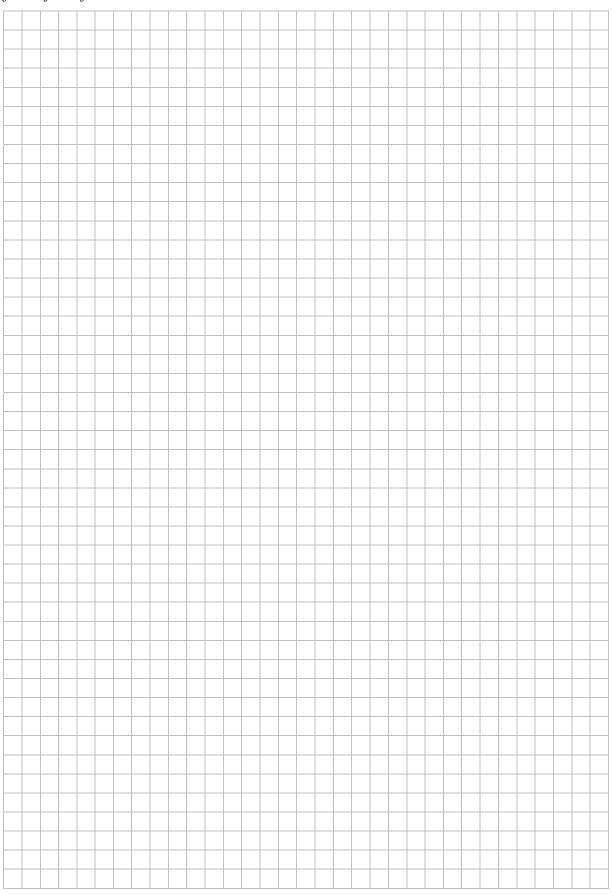
\`,	/	- / -	•																				
_					 			 					 										-
					 																		-
					 								 										_
_								_	_				 				_	_			_	_	-
					 																		-
					 			 						 									_
					 			 					 	 									-
_		-			 				_						$\left  - \right $		_		 			_	-
					 																		_
																	_						
_		-							_								_					_	-
					 			 					 	 									-
_					 			 _	_				 	 			_	_	 		_	_	-
_					 			 					 	 					 				
					 			 						 									_
_		-			 			_	_								_	_	 		_	_	-
					 														 				-
																							-
																							_
															]						]		
_					 				_													_	-
		-																	 				-
																							-
								_										_			_		
		-			 									 					 				-
_																							-
																							_
				_		 _	_	 _		_	_	_	_		 	 			 	_		 _	

	-	 	 		 	 	 	-		 -				 	-	 	 	 		
		 			 	_	 							 		 				
	]	]		]		]		]	]			]			]					
		 _	 		 	 _	 		_		_	_		 		 		 _		
_	_	 	 		 	 		_		 _					_	 	 	 		
$\left  - \right $		 			 		 							 		 				
	]	]		]		]		]	]			]			]					
		_				-			_		_	_						_		
																		_		
		 			 	_	 							 		 				

	Nr zadania	2.
Wypełnia	Maks. liczba pkt	4
egzaminator	Uzyskana liczba pkt	

## Zadanie 3. (4 pkt)

Bok kwadratu ABCD ma długość 1. Na bokach BC i CD wybrano odpowiednio punkty E i F umieszczone tak, by |CE| = 2|DF|. Oblicz wartość x = |DF|, dla której pole trójkąta AEF jest najmniejsze.

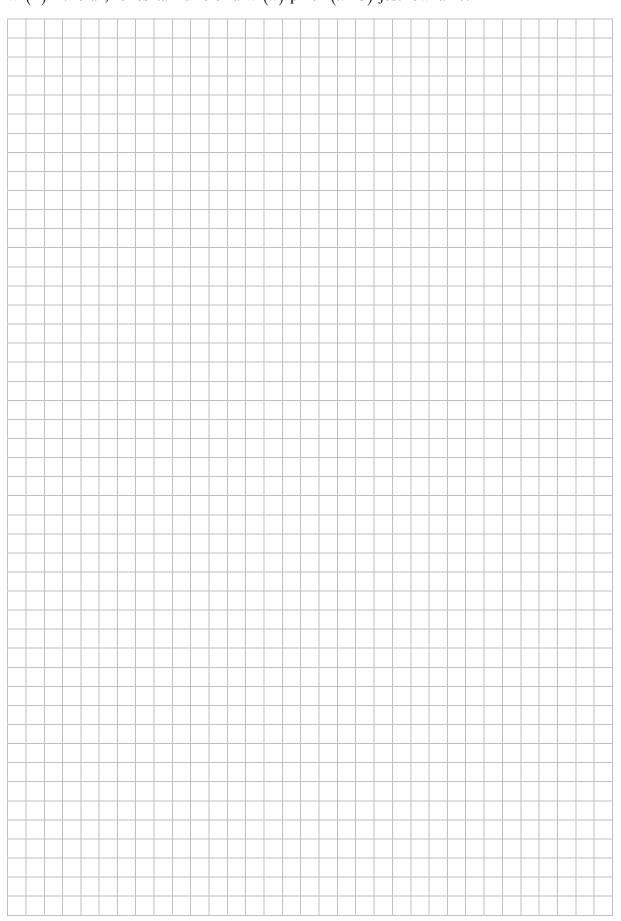


-		 					 	 	 	_					 		 	 		
		 			 			 	 		_	_		_		_	 			
					 														 	ļ
						]				]				]		]				
		 					 	 	 	_					 		 	 		
		 					 	 	 	_					 		 	 		
			-		 						_	_		_		_				
											_	_		_		_				
-					 														 	

	Nr zadania	3.
Wypełnia	Maks. liczba pkt	4
egzaminator	Uzyskana liczba pkt	

## Zadanie 4. (4 pkt)

Wyznacz wartości *a* i *b* współczynników wielomianu  $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$  wiedząc, że W(2) = 7 oraz, że reszta z dzielenia W(x) przez (x-3) jest równa 10.

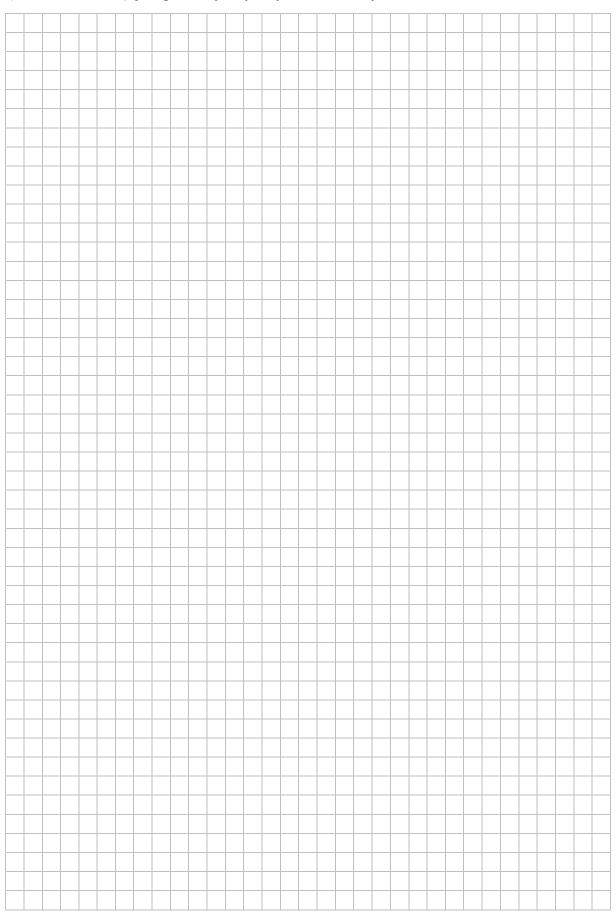


-		 	 			 	 	 	_					 		 	 		
		 					 	 		_	_		_		_	 			
																		 	ļ
					]				]				]		]				
		 	 			 	 	 	_					 		 	 		
		 	 			 	 	 	_					 		 	 		
										_	_		_		_				
										_	_		_		_				
-																		 	

	Nr zadania	4.
Wypełnia	Maks. liczba pkt	4
egzaminator	Uzyskana liczba pkt	

## Zadanie 5. (5 pkt)

O liczbach *a*, *b*, *c* wiemy, że ciąg (a, b, c) jest arytmetyczny i a+c=10, zaś ciąg (a+1, b+4, c+19) jest geometryczny. Wyznacz te liczby.

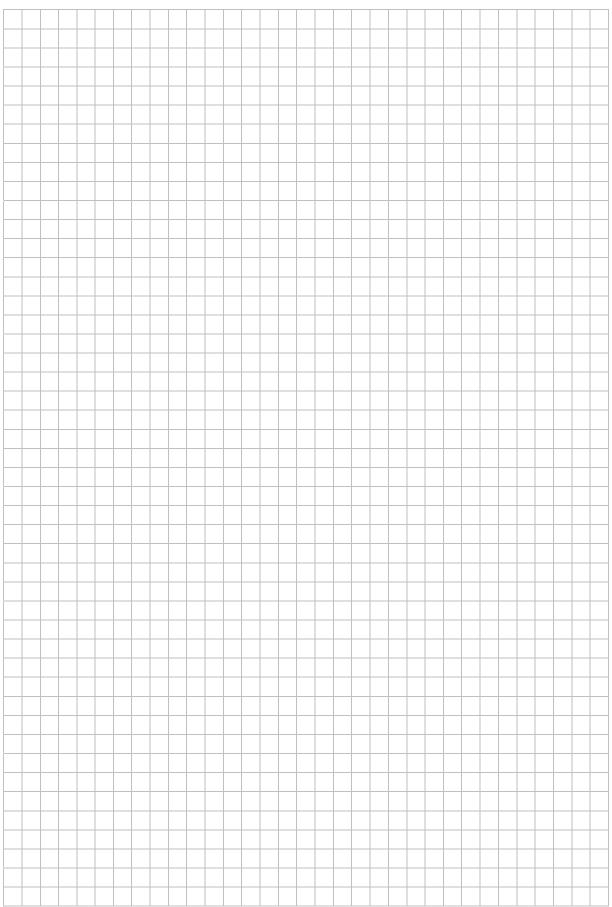


-		 					 	 	 	_					 		 	 		
		 			 			 	 		_	_		_		_	 			
					 														 	ļ
						]				]				]		]				
		 					 	 	 	_					 		 	 		
		 					 	 	 	_					 		 	 		
			-		 						_	_		_		_				
											_	_		_		_				
-					 														 	

	Nr zadania	5.
Wypełnia	Maks. liczba pkt	5
egzaminator	Uzyskana liczba pkt	

## Zadanie 6. (5 pkt)

Wyznacz wszystkie wartości parametru *m*, dla których równanie  $x^2 + mx + 2 = 0$  ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste takie, że suma ich kwadratów jest większa od  $2m^2 - 13$ .

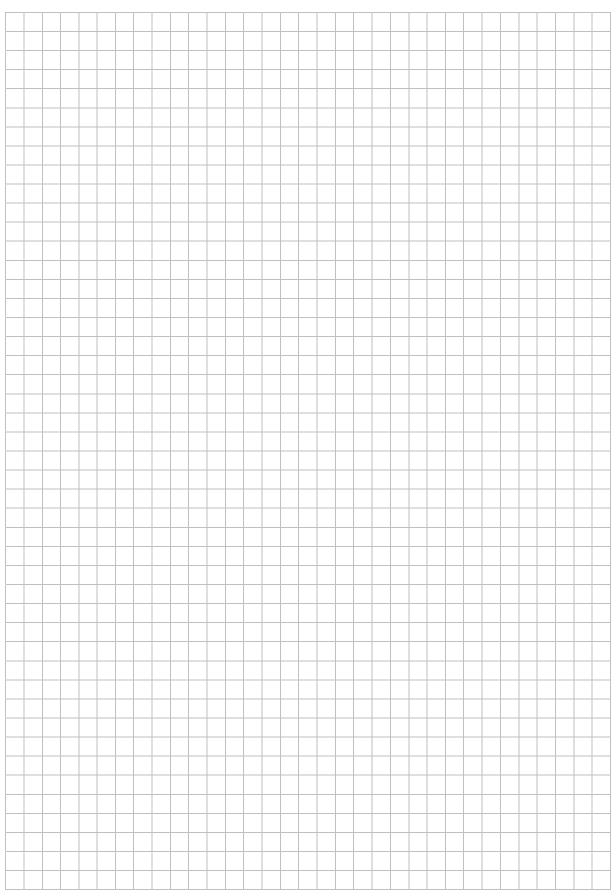


-		 					 	 	 	_					 		 	 		
		 			 			 	 		_	_		_		_	 			
					 														 	ļ
						]				]				]		]				
		 					 	 	 	_					 		 	 		
		 					 	 	 	_					 		 	 		
			-		 						_	_		_		_				
											_	_		_		_				
-					 														 	

	Nr zadania	6.
Wypełnia	Maks. liczba pkt	5
egzaminator	Uzyskana liczba pkt	

## Zadanie 7. (6 pkt)

Punkt A = (-2, 5) jest jednym z wierzchołków trójkąta równoramiennego *ABC*, w którym |AC| = |BC|. Pole tego trójkąta jest równe 15. Bok *BC* jest zawarty w prostej o równaniu y = x+1. Oblicz współrzędne wierzchołka *C*.

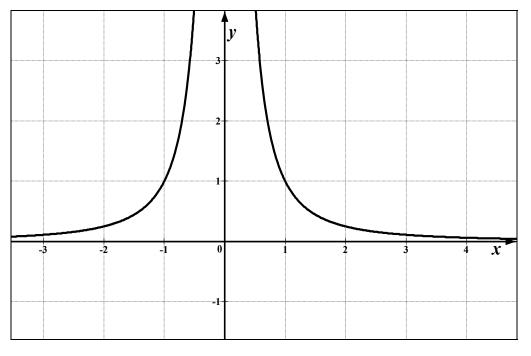


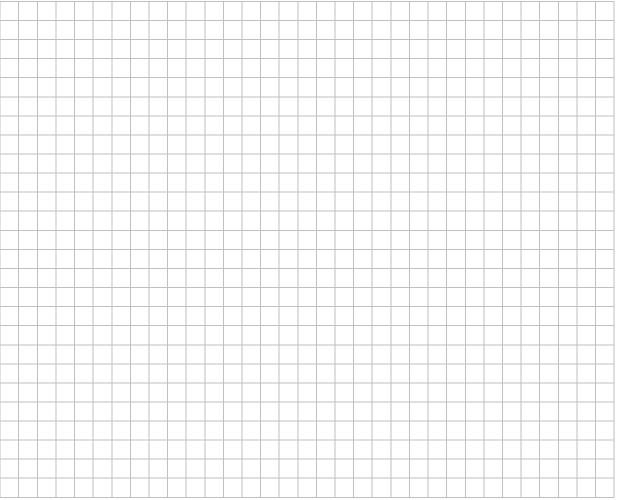
		 				 	 	 	 		_	_	 	 	 	 	 	_	
		 				 	 	 	 		_	_	 	 	 	 	 	_	
-																			
																			_
-						 					_	_		 				_	
						 								 				 _	
	 	 				 	 	 	 		_	_	 	 	 	 	 	_	
				-		 					_	_		 				 _	
					]														
-				-							_	_							
											_	_						_	
											_	_						_	
			<u> </u>		$\left  - \right $	 								 				 _	

	Nr zadania	7.
Wypełnia	Maks. liczba pkt	6
egzaminator	Uzyskana liczba pkt	

### Zadanie 8. (5 pkt)

Rysunek przedstawia fragment wykresu funkcji  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ . Przeprowadzono prostą równoległą do osi Ox, która przecięła wykres tej funkcji w punktach *A* i *B*. Niech C = (3, -1). Wykaż, że pole trójkąta *ABC* jest większe lub równe 2.

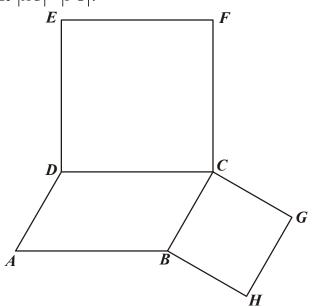


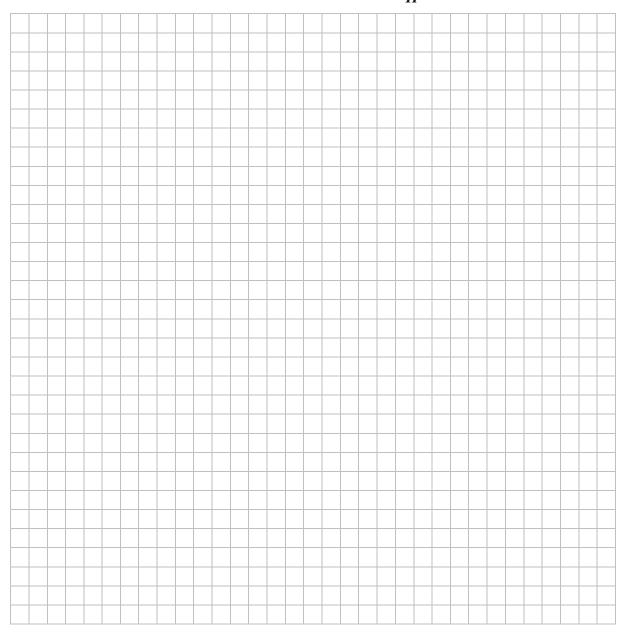


									 	 		 				_	 		
1																			
																			-
																			-
<u> </u>							L		 	 		 						<u> </u>	
1																			
-										_			_	_			 		-
1																			
				L	L				 	 		 						<u> </u>	-
-									 	 		 			 		 		
1																			
									 									L	
																			-
		 				 			 	 	 	 		 				<u> </u>	
-																			
1		 				 					 	 		 _					

	Nr zadania	8.
Wypełnia	Maks. liczba pkt	5
egzaminator	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 9. (4 pkt) Na bokach BC i CD równoległoboku ABCD zbudowano kwadraty CDEF i BCGH (zobacz rysunek). Udowodnij, że |AC| = |FG|.





		 	 		 	 	 	 		_	_	 	 	 	 	 	_	
		 	 		 	 	 	 		_	_	 	 	 	 	 	_	
-																		
																		_
-			 		 					_	_		 				_	
			 		 								 				 _	
	 	 			 	 	 	 		_	_	 	 	 	 	 	_	
			 -		 					_	_		 				 _	
				]														
-			 -							_	_							
										_	_						_	
										_	_						_	
			 	$\left  - \right $	 								 				 _	

	Nr zadania	9.
Wypełnia	Maks. liczba pkt	4
egzaminator	Uzyskana liczba pkt	

**Zadanie 10.** *(4 pkt)* Oblicz prawdopodobieństwo tego, że w trzech rzutach symetryczną sześcienną kostką do gry suma kwadratów liczb uzyskanych oczek będzie podzielna przez 3.

						2		5				1		-	·· 1										
	-					 			 		 									 	 		 _	_	
	-					 			 		 							 		 	 		 		
				$\left  - \right $	$\vdash$			$\left  - \right $			 $\left  - \right $		$\vdash$	$\left  - \right $	$\vdash$					 	 	$\vdash$	 		
			<u> </u>				<u> </u>					<u> </u>								 	 				_
	<u> </u>		L				L					L								 	 		 		
	1																								
					$\vdash$					_			$\vdash$			_	_			_			 		
	-					 			 		 									 			 		
	-					 			 		 							 	 	 	 		 		
	-								 		 									 			 	-	
	L																								
															$\left  - \right $					 	 	$\left  - \right $	 		
	<u> </u>																				 				
	<u> </u>																			 			 		
															$\vdash$						 	$\vdash$	 		
	-																				 				
	<u> </u>		L				L					L								 	 		 		
																				 	 	$\left  - \right $	 		
Image: Sector																									
			<u> </u>				<u> </u>					<u> </u>								 	 		 		
	L																								
	<u> </u>																			 			 		
	-														$\vdash$						 	$\vdash$	 		
																							T		7

		 	_	 	_		 	 	 		_	_		_	 	_	 		_	
	_	 		 			 	 	 	_	_	_			 	_	 	_		 
		 	_	 	_		 	 	 		_	_		_	 	_	 			 
	-	 		 			 	 	 	-					 		 			 
			_		_						_	_		_		_				
			_		_						_	_		_		_				
-																				
-																				 
-			_		_						_	_		_		_				

	Nr zadania	10.
Wypełnia	Maks. liczba pkt	4
egzaminator	Uzyskana liczba pkt	

## Zadanie 11. (5 pkt)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź podstawy ma długość *a*. Ściany boczne są trójkątami ostrokątnymi. Miara kąta między sąsiednimi ścianami bocznymi jest równa  $2\alpha$ . Wyznacz objętość tego ostrosłupa.

				ugu																	
_		 	 	 	<u> </u>		 	 <u> </u>	<u> </u>		<u> </u>	 				 		 	 		
-		 		 										_	$\square$					_	
-				 			 	 				 				 		 	 		
-			 	 			 	 				 				 		 	 		
-			 	 			 	 				 				 		 	 		
-			 	 			 	 				 				 		 	 		
_		 		 												 		 			
_		 		 												 					
-		 		 			 	 				 				 		 	 		 
-		 	 	 			 	 				 				 		 	 		
_		 	 	 			 	 				 				 		 	 		 
-		 	 	 			 	 				 				 		 	 		
-		 	 				 	 				 				 		 	 		
-				 			 	 				 				 		 	 		
-		 		 										_	$\square$					_	
	]													]	]	]				]	
					-	-		-	-	-	-			_						_	
		 		 		<u> </u>		 		<u> </u>				_						_	
					-	-		-	-	-	-										
														]	]					]	
-														_						_	
														]			Ī			]	
-		 		 	-	-		-	-	-	-			_	$\square$					_	
				 									T	1	]		T		1	1	

		 	 			 	 	 		_	_		_	 	 	 		 
		 												 	 			 <u> </u>
-		 	 			 	 	 	_					 	 			 
		 												 	 			 <u> </u>
-																		
-		 	 			 	 	 						 	 		 $\rightarrow$	
-			 			 	 											
		 	 			 	 	 						 	 	 	 _	 
		 	 			 	 	 		_	_		_	 	 			
																	T	
																		 <u> </u>
-			 				 	 							 		$\rightarrow$	<u> </u>
-			-							_	_		_		 			

	Nr zadania	11.
Wypełnia	Maks. liczba pkt	5
egzaminator	Uzyskana liczba pkt	

# BRUDNOPIS