

**Informator**  
o egzaminie eksternistycznym  
z zakresu szkoły podstawowej  
przeprowadzanym od sesji jesiennej 2019 r.

**Matematyka**

opracowany przez Centralną Komisję Egzaminacyjną  
we współpracy z okręgowymi komisjami egzaminacyjnymi  
w Gdańsku, Jaworznie, Krakowie, Łodzi,  
Łomży, Poznaniu, Warszawie i Wrocławiu

Warszawa 2017



## WYMAGANIA EGZAMINACYJNE Z MATEMATYKI

### WYMAGANIA OGÓLNE

#### I. Sprawność rachunkowa.

1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.
2. Weryfikowanie i interpretowanie otrzymanych wyników oraz ocena sensowności rozwiązania.

#### II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.
2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych.
3. Używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.

#### III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.
2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

#### IV. Rozumowanie i argumentacja.

1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.
2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.
3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.

### WYMAGANIA SZCZEGÓŁOWE

#### 1. Podstawowa edukacja matematyczna. Zdający:

- 1) określa i prezentuje wzajemne położenie przedmiotów na płaszczyźnie i w przestrzeni; określa i prezentuje kierunek ruchu przedmiotów oraz osób; określa położenie przedmiotu na prawo/na lewo od osoby widzianej z przodu (także przedstawionej na fotografii czy obrazku);
- 2) porównuje przedmioty pod względem wyróżnionej cechy wielkościowej np. długości czy masy; dokonuje klasyfikacji przedmiotów;
- 3) posługuje się pojęciami: pion, poziom, skos;
- 4) dostrzega symetrię w środowisku przyrodniczym, w sztuce użytkowej i innych wytworach człowieka;

- 5) klasyfikuje obiekty i różne elementy środowiska społeczno-przyrodniczego z uwagi na wyodrębnione cechy; dostrzega rytm w środowisku przyrodniczym, sztuce użytkowej i innych wytworach człowieka;
  - 6) wykonuje obliczenia pieniężne; zamienia złote na grosze i odwrotnie, rozróżnia nominały na monetach i banknotach, wskazuje różnice w ich sile nabywczej;
  - 7) dokonuje obliczeń szacunkowych w różnych sytuacjach życiowych;
  - 8) wykorzystuje warcaby, szachy i inne gry planszowe lub logiczne do rozwijania umiejętności myślenia strategicznego, logicznego, rozumienia zasad itd.; przekształca gry, tworząc własne strategie i zasady organizacyjne.
2. Liczby naturalne w dziesiętkowym układzie pozycyjnym. Zdający:
- 1) zapisuje i odczytuje liczby naturalne wielocyfrowe;
  - 2) interpretuje liczby naturalne na osi liczbowej;
  - 3) porównuje liczby naturalne;
  - 4) zaokrągla liczby naturalne;
  - 5) liczby w zakresie do 3 000 zapisane w systemie rzymskim przedstawia w systemie dziesiętkowym, a zapisane w systemie dziesiętkowym przedstawia w systemie rzymskim.
3. Działania na liczbach naturalnych. Zdający:
- 1) dodaje i odejmuje w pamięci liczby naturalne dwucyfrowe lub większe, liczbę jednocyfrową dodaje do dowolnej liczby naturalnej i odejmuje od dowolnej liczby naturalnej;
  - 2) dodaje i odejmuje liczby naturalne wielocyfrowe sposobem pisemnym i za pomocą kalkulatora;
  - 3) mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową, dwucyfrową lub trzycyfrową sposobem pisemnym, w pamięci (w najprostszych przykładach) i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach);
  - 4) wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych;
  - 5) stosuje wygodne dla siebie sposoby ułatwiające obliczenia, w tym przemienność i łączność dodawania i mnożenia oraz rozdzielność mnożenia względem dodawania;
  - 6) porównuje liczby naturalne z wykorzystaniem ich różnicy lub ilorazu;
  - 7) rozpoznaje liczby podzielne przez 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100;
  - 8) rozpoznaje liczbę złożoną, gdy jest ona jednocyfrowa lub dwucyfrowa, a także gdy na istnienie dzielnika właściwego wskazuje cecha podzielności;
  - 9) rozkłada liczby dwucyfrowe na czynniki pierwsze;
  - 10) oblicza kwadraty i sześciany liczb naturalnych;
  - 11) stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań;
  - 12) szacuje wyniki działań;
  - 13) znajduje największy wspólny dzielnik (NWD) w sytuacjach nie trudniejszych niż typu  $NWD(600, 72)$ ,  $NWD(140, 567)$ ,  $NWD(10000, 48)$ ,  $NWD(910, 2016)$  oraz wyznacza najmniejszą wspólną wielokrotność dwóch liczb naturalnych metodą rozkładu na czynniki;
  - 14) rozpoznaje wielokrotności danej liczby, kwadraty, sześciany, liczby pierwsze, liczby złożone;
  - 15) odpowiada na pytania dotyczące liczebności zbiorów różnych rodzajów liczb wśród liczb z pewnego niewielkiego zakresu (np. od 1 do 200 czy od 100 do 1000), o ile liczba w odpowiedzi jest na tyle mała, że wszystkie rozważane liczby zdający może wypisać;

- 16) rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze, w przypadku gdy co najwyżej jeden z tych czynników jest liczbą większą niż 10;
- 17) wyznacza wynik dzielenia z resztą liczby  $a$  przez liczbę  $b$  i zapisuje liczbę  $a$  w postaci:  $a = b \cdot q + r$ .

4. Liczby całkowite. Zdający:

- 1) podaje praktyczne przykłady stosowania liczb ujemnych;
- 2) interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej;
- 3) oblicza wartość bezwzględną;
- 4) porównuje liczby całkowite;
- 5) wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych.

5. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Zdający:

- 1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka;
- 2) przedstawia ułamek jako iloraz liczb naturalnych, a iloraz liczb naturalnych jako ułamek zwykły;
- 3) skraca i rozszerza ułamki zwykłe;
- 4) sprowadza ułamki zwykłe do wspólnego mianownika;
- 5) przedstawia ułamki niewłaściwe w postaci liczby mieszanej, a liczbę mieszaną w postaci ułamka niewłaściwego;
- 6) zapisuje wyrażenia dwumianowane w postaci ułamka dziesiętnego i odwrotnie;
- 7) zaznacza i odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne na osi liczbowej oraz odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne zaznaczone na osi liczbowej;
- 8) zapisuje ułamki dziesiętne skończone w postaci ułamków zwykłych;
- 9) zamienia ułamki zwykłe o mianownikach będących dzielnikami liczb 10, 100, 1 000 itd. na ułamki dziesiętne skończone dowolną metodą (przez rozszerzanie lub skracanie ułamków zwykłych, dzielenie licznika przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora);
- 10) zapisuje ułamki zwykłe o mianownikach innych niż wymienione w pkt 9 w postaci rozwinięcia dziesiętnego nieskończonego (z użyciem wielokropka po ostatniej cyfrze), uzyskane w wyniku dzielenia licznika przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora;
- 11) zaokrągla ułamki dziesiętne;
- 12) porównuje ułamki (zwykłe i dziesiętne);
- 13) oblicza liczbę, której część jest podana (wyznacza całość, z której określono część za pomocą ułamka);
- 14) wyznacza liczbę, która powstaje po powiększeniu lub pomniejszeniu o pewną część innej liczby.

6. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Zdający:

- 1) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane;
- 2) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki dziesiętne w pamięci (w przykładach najprostszych), pisemnie i za pomocą kalkulatora (w przykładach trudnych);
- 3) wykonuje nieskomplikowane rachunki, w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne;
- 4) porównuje ułamki z wykorzystaniem ich różnicy;
- 5) oblicza ułamek danej liczby całkowitej;

- 6) oblicza kwadraty i sześciany ułamków zwykłych i dziesiętnych oraz liczb mieszanych;
- 7) oblicza wartość prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań;
- 8) wykonuje działania na ułamkach dziesiętnych, używając własnych, poprawnych strategii lub za pomocą kalkulatora;
- 9) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych, wymagających stosowania działań arytmetycznych na liczbach całkowitych lub liczbach zapisanych za pomocą ułamków zwykłych, liczb mieszanych i ułamków dziesiętnych, także wymiernych ujemnych o stopniu trudności nie większym niż w przykładzie

$$-\frac{1}{2} : 0,25 + 5,25 : 0,05 - 7\frac{1}{2} \cdot \left(2,5 - 3\frac{2}{3}\right) + 1,25$$

7. Elementy algebry. Zdający:

- 1) korzysta z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe, opisuje wzór słowami;
- 2) stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkościami liczbowymi i zapisuje proste wyrażenia algebraiczne na podstawie informacji osadzonych w kontekście praktycznym, na przykład zapisuje obwód trójkąta o bokach:  $a$ ,  $a+2$ ,  $b$ ;
- 3) rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą występującą po jednej stronie równania (przez zgadywanie, dopełnianie lub wykonanie działania odwrotnego), np.  $\frac{x-2}{3} = 4$ .

8. Proste i odcinki. Zdający:

- 1) rozpoznaje i nazywa figury: punkt, prosta, półprosta, odcinek;
- 2) rozpoznaje proste i odcinki prostokątne i równoległe, np. jak w sytuacji określonej w zadaniu:  
Odcinki  $AB$  i  $CD$  są prostokątne, odcinki  $CD$  i  $EF$  są równoległe oraz odcinki  $EF$  i  $DF$  są prostokątne. Określ wzajemne położenie odcinków  $DF$  oraz  $AB$ . Wykonaj odpowiedni rysunek;
- 3) rysuje pary odcinków prostokątnych i równoległych;
- 4) mierzy odcinek z dokładnością do 1 mm;
- 5) znajduje odległość punktu od prostej.

9. Kąty. Zdający:

- 1) wskazuje w dowolnym kącie ramiona i wierzchołek;
- 2) mierzy z dokładnością do  $1^\circ$  kąty mniejsze niż  $180^\circ$ ;
- 3) rysuje kąty mniejsze od  $180^\circ$ ;
- 4) rozpoznaje kąt prosty, ostry i rozwarty;
- 5) porównuje kąty;
- 6) rozpoznaje kąty wierzchołkowe i przyległe oraz korzysta z ich własności.

10. Wielokąty, koła i okręgi. Zdający:

- 1) rozpoznaje i nazywa trójkąty ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne, równoboczne i równoramienne;
- 2) konstruuje trójkąt o danych trzech bokach i ustala możliwość zbudowania trójkąta na podstawie nierówności trójkąta;

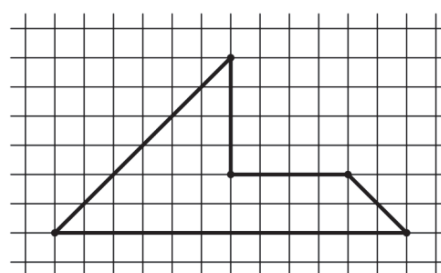
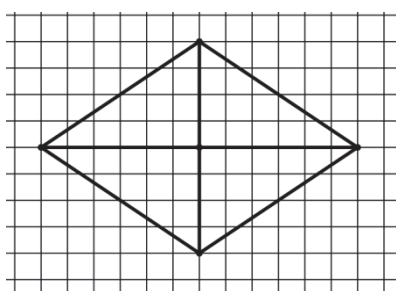
- 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta;
- 4) rozpoznaje i nazywa: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok i trapez;
- 5) zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku i trapezu, rozpoznaje figury osiowoosymetryczne i wskazuje osie symetrii figur;
- 6) wskazuje na rysunku cięciwę, średnicę oraz promień koła i okręgu;
- 7) rysuje cięciwę koła i okręgu, a także, jeżeli dany jest środek okręgu, promień i średnicę;
- 8) w trójkącie równoramiennym wyznacza przy danym jednym kącie miary pozostałych kątów oraz przy danych obwodzie i długości jednego boku długości pozostałych boków.

11. Bryły. Zdający:

- 1) rozpoznaje graniastosłupy proste, ostrosłupy, walce, stożki i kule w sytuacjach praktycznych i wskazuje te bryły wśród innych modeli brył;
- 2) wskazuje wśród graniastosłupów prostopadłościanny i sześcianny i uzasadnia swój wybór;
- 3) rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych i ostrosłupów;
- 4) rysuje siatki prostopadłościannów;
- 5) wykorzystuje podane zależności między długościami krawędzi graniastosłupa do wyznaczania długości poszczególnych krawędzi.

12. Obliczenia w geometrii. Zdający:

- 1) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków;
- 2) oblicza pola: trójkąta, kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu, przedstawionych na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych, w tym także dla danych wymagających zamiany jednostek i w sytuacjach z nietypowymi wymiarami, np. pole trójkąta o boku 1 km i wysokości 1 mm;
- 3) stosuje jednostki pola:  $\text{mm}^2$ ,  $\text{cm}^2$ ,  $\text{dm}^2$ ,  $\text{m}^2$ ,  $\text{km}^2$ , ar, hektar (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń);
- 4) oblicza pola wielokątów metodą podziału na mniejsze wielokąty lub uzupełniania do większych wielokątów jak w sytuacjach:



- 5) oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościannu przy danych długościach krawędzi;
- 6) stosuje jednostki objętości i pojemności: mililitr, litr,  $\text{cm}^3$ ,  $\text{dm}^3$ ,  $\text{m}^3$ ;
- 7) oblicza miary kątów, stosując przy tym poznane własności kątów i wielokątów.

13. Obliczenia praktyczne. Zdający:

- 1) interpretuje 100% danej wielkości jako całość, 50% – jako połowę, 25% – jako jedną czwartą, 10% – jako jedną dziesiątą, 1% – jako jedną setną części danej wielkości liczbowej;

- 2) w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym oblicza procent danej wielkości w stopniu trudności typu 50%, 20%, 10%;
- 3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach;
- 4) wykonuje proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach;
- 5) odczytuje temperaturę (dodatnią i ujemną);
- 6) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki długości: milimetr, centymetr, decymetr, metr, kilometr;
- 7) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki masy: gram, dekagram, kilogram, tona;
- 8) oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali, oraz długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość;
- 9) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i czasie, prędkość przy danej drodze i czasie, czas przy danej drodze i prędkości oraz stosuje jednostki prędkości km/h i m/s.

14. Elementy statystyki opisowej. Zdający:

- 1) gromadzi i porządkuje dane;
- 2) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, na diagramach i na wykresach, np.: wartości z wykresu, wartość największą, najmniejszą, opisuje przedstawione w tekstach, tabelach, na diagramach i na wykresach zjawiska przez określenie przebiegu zmiany wartości danych, np. z użyciem określenia „wartości rosną”, „wartości maleją”, „wartości są takie same” („przyjmowana wartość jest stała”).

15. Zadania tekstowe. Zdający:

- 1) czyta ze zrozumieniem tekst zawierający informacje liczbowe;
- 2) wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodne dla niego zapisanie informacji i danych z treści zadania;
- 3) dostrzega zależności między podanymi informacjami;
- 4) dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla niego strategie rozwiązania;
- 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody;
- 6) weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania np. poprzez szacowanie, sprawdzanie wszystkich warunków zadania, ocenianie rzędu wielkości otrzymanego wyniku;
- 7) układa zadania i łamigłówki, rozwiązuje je; stawia nowe pytania związane z sytuacją w rozwiązany zadaniu.

16. Potęgi o podstawach wymiernych. Zdający:

- 1) zapisuje iloczyn jednakowych czynników w postaci potęgi o wykładniku całkowitym dodatnim;
- 2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich;
- 3) mnoży potęgi o różnych podstawach i jednakowych wykładnikach;
- 4) podnosi potęgę do potęgi;
- 5) odczytuje i zapisuje liczby w notacji wykładniczej  $a \cdot 10^k$ , gdy  $1 \leq a < 10$ ,  $k$  jest liczbą całkowitą.



17. Pierwiastki. Zdający:

- 1) oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych;
- 2) szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki;
- 3) porównuje wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki z daną liczbą wymierną oraz znajduje liczby wymierne większe lub mniejsze od takiej wartości, np. znajduje liczbę całkowitą  $a$  taką, że:  $a \leq 137 < a + 1$ ;
- 4) oblicza pierwiastek z iloczynu i ilorazu dwóch liczb, wyłącza liczbę przed znak pierwiastka i włącza liczbę pod znak pierwiastka;
- 5) mnoży i dzieli pierwiastki tego samego stopnia.

18. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Zdający:

- 1) zapisuje wyniki podanych działań w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych;
- 2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych;
- 3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych;
- 4) zapisuje rozwiązania zadań w postaci wyrażeń algebraicznych, jak w przykładzie: Bartek i Grześ zbierali kasztany. Bartek zebrał  $n$  kasztanów, Grześ zebrał 7 razy więcej. Następnie Grześ w drodze do domu zgubił 10 kasztanów, a połowę pozostałych oddał Bartkowi. Ile kasztanów ma teraz Bartek, a ile ma Grześ?

19. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Zdający:

- 1) porządkuje jednomiany i dodaje jednomiany podobne (tzn. różniące się jedynie współczynnikiem liczbowym);
- 2) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, wykonując przy tym redukcję wyrazów podobnych;
- 3) mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany;
- 4) mnoży dwumian przez dwumian, wykonując redukcję wyrazów podobnych.

20. Obliczenia procentowe. Zdający:

- 1) przedstawia część wielkości jako procent tej wielkości;
- 2) oblicza liczbę  $a$  równą  $p$  procent danej liczby  $b$ ;
- 3) oblicza, jaki procent danej liczby  $b$  stanowi liczba  $a$ ;
- 4) oblicza liczbę  $b$ , której  $p$  procent jest równe  $a$ ;
- 5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach wielokrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości.

21. Równania z jedną niewiadomą. Zdający:

- 1) sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania (stopnia pierwszego, drugiego lub trzeciego) z jedną niewiadomą, np. sprawdza, które liczby całkowite niedodatnie i większe od  $-8$  są rozwiązaniami równania  $\frac{x^3}{8} + \frac{x^2}{2} = 0$ ;

- 2) rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych;
- 3) rozwiązuje równania, które po prostych przekształceniach wyrażeń algebraicznych sprowadzają się do równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;
- 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi;
- 5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) i fizycznych (np. dotyczących prędkości, drogi i czasu).

22. Proporcjonalność prosta. Zdający:

- 1) podaje przykłady wielkości wprost proporcjonalnych;
- 2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej, np. wartość zakupionego towaru w zależności od liczby sztuk towaru, ilość zużytego paliwa w zależności od liczby przejechanych kilometrów, liczby przeczytanych stron książki w zależności od czasu jej czytania;
- 3) stosuje podział proporcjonalny.

23. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Zdający:

- 1) zna i stosuje twierdzenie o równości kątów wierzchołkowych (z wykorzystaniem zależności między kątami przyległymi);
- 2) przedstawia na płaszczyźnie dwie proste w różnych położeniach względem siebie, w szczególności proste prostopadłe i proste równoległe;
- 3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych;
- 4) zna i stosuje cechy przystawiania trójkątów;
- 5) zna i stosuje własności trójkątów równoramiennych (równość kątów przy podstawie);
- 6) zna nierówność trójkąta  $AB + BC \geq AC$  i wie, kiedy zachodzi równość;
- 7) wykonuje proste obliczenia geometryczne, wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych;
- 8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego);
- 9) przeprowadza dowody geometryczne o poziomie trudności nie większym niż w przykładach:
  - a) dany jest ostrokątny trójkąt równoramienny  $ABC$ , w którym  $AC = BC$ . W tym trójkącie poprowadzono wysokość  $AD$ . Udowodnij, że kąt  $ABC$  jest dwa razy większy od kąta  $BAD$ ,
  - b) na bokach  $BC$  i  $CD$  prostokąta  $ABCD$  zbudowano, na zewnątrz prostokąta, dwa trójkąty równoboczne  $BCE$  i  $CDF$ . Udowodnij, że  $AE = AF$ .

24. Wielokąty. Zdający:

- 1) zna pojęcie wielokąta foremego;
- 2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu, a także do wyznaczania długości odcinków o poziomie trudności nie większym niż w przykładach:
  - a) oblicz najkrótszą wysokość trójkąta prostokątnego o bokach długości: 5 cm, 12 cm i 13 cm,
  - b) przekątne rombu  $ABCD$  mają długości  $AC = 8$  dm i  $BD = 10$  dm. Przekątną  $BD$  rombu przedłużono do punktu  $E$  w taki sposób, że odcinek  $BE$  jest dwa razy

dłuższy od tej przekątnej. Oblicz pole trójkąta  $CDE$ . (zadanie ma dwie odpowiedzi).

25. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Zdający:

- 1) zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających warunek taki jak  $x \geq 1,5$  lub taki jak  $x < -\frac{4}{7}$ ;
- 2) znajduje współrzędne danych (na rysunku) punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie;
- 3) rysuje w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty kratowe o danych współrzędnych całkowitych (dowolnego znaku);
- 4) znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne) oraz znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek;
- 5) oblicza długość odcinka, którego końce są danymi punktami kratowymi w układzie współrzędnych;
- 6) dla danych punktów kratowych  $A$  i  $B$  znajduje inne punkty kratowe należące do prostej  $AB$ .

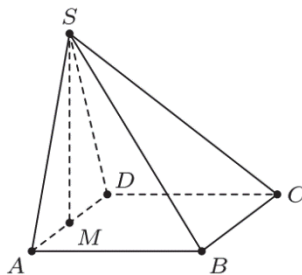
26. Geometria przestrzenna. Zdający:

- 1) rozpoznaje graniastosłupy i ostrosłupy – w tym proste i prawidłowe;
- 2) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów prostych, prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe o poziomie trudności nie większym niż w przykładowym zadaniu:

Podstawą graniastosłupa prostego jest trójkąt równoramienny, którego dwa równe kąty mają po  $45^\circ$ , a najdłuższy bok ma długość  $6\sqrt{2}$  dm. Jeden z boków prostokąta, który jest w tym graniastosłupie ścianą boczną o największej powierzchni, ma długość 4 dm. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa;

- 3) oblicza objętości i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe o poziomie trudności nie większym niż w przykładzie:

Prostokąt  $ABCD$  jest podstawą ostrosłupa  $ABCDS$ , punkt  $M$  jest środkiem krawędzi  $AD$ , odcinek  $MS$  jest wysokością ostrosłupa. Dane są następujące: długości krawędzi  $AD = 10$  cm,  $AS = 13$  cm oraz  $AB = 20$  cm.



Oblicz objętość ostrosłupa.

27. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Zdający:

- 1) wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów, mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia i dodawania;
- 2) przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające na rzucie monetą, rzucie sześcienną kostką do gry, rzucie kostką wielościenną lub losowaniu kuli spośród

zestawu kul, analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

28. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Zdający:

- 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym wykresów w układzie współrzędnych;
- 2) tworzy diagramy słupkowe i kołowe oraz wykresy liniowe na podstawie zebranych przez siebie danych lub danych pochodzących z różnych źródeł;
- 3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

29. Długość okręgu i pole koła. Zdający:

- 1) oblicza długość okręgu o danym promieniu lub danej średnicy;
- 2) oblicza promień lub średnicę okręgu o danej długości okręgu;
- 3) oblicza pole koła o danym promieniu lub danej średnicy;
- 4) oblicza promień lub średnicę koła o danym polu koła;
- 5) oblicza pole pierścienia kołowego o danych promieniach lub średnicach obu okręgów tworzących pierścień.

30. Symetrie. Zdający:

- 1) rozpoznaje symetralną odcinka i dwusieczną kąta;
- 2) zna i stosuje w zadaniach podstawowe własności symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta, jak w przykładowym zadaniu:  
Wierzchołek  $C$  rombu  $ABCD$  leży na symetralnych boków  $AB$  i  $AD$ . Oblicz kąty tego rombu;
- 3) rozpoznaje figury osiowosymetryczne i wskazuje ich osie symetrii oraz uzupełnia figurę do figury osiowosymetrycznej przy danych: osi symetrii figury i części figury;
- 4) rozpoznaje figury środkowosymetryczne i wskazuje ich środki symetrii.

31. Zaawansowane metody zliczania. Zdający:

- 1) stosuje regułę mnożenia do zliczania par elementów o określonych własnościach;
- 2) stosuje regułę dodawania i mnożenia do zliczania par elementów w sytuacjach wymagających rozważenia kilku przypadków, np. w zliczaniu liczb naturalnych trzycyfrowych podzielnych przez 5 i mających trzy różne cyfry albo jak w zadaniu:  
W klasie jest 14 dziewczynek i 11 chłopców. Na ile sposobów można z tej klasy wybrać dwuosobową delegację składającą się z jednej dziewczynki i jednego chłopca?

32. Rachunek prawdopodobieństwa. Zdający:

- 1) oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach polegających na rzucie dwiema kostkami lub losowaniu dwóch elementów ze zwracaniem;
- 2) oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach polegających na losowaniu dwóch elementów bez zwracania jak w przykładzie:  
Z urny zawierającej kule ponumerowane liczbami od 1 do 7 losujemy bez zwracania dwie kule. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że suma liczb na wylosowanych kulach będzie parzysta.

## **CHARAKTERYSTYKA ARKUSZA EGZAMINACYJNEGO**

Arkusz egzaminacyjny z matematyki składa się z zadań z zakresu: sprawności rachunkowej, wykorzystania i tworzenia informacji, interpretowania pojęć matematycznych i operowania obiektami matematycznymi, modelowania matematycznego oraz rozumowania i tworzenia strategii. Zadania zawarte w arkuszu sprawdzają rozumienie pojęć, badają umiejętność ich zastosowania w sytuacjach praktycznych i typowych oraz o charakterze problemowym.

Arkusz zawiera zadania w formie zamkniętej (np. wyboru wielokrotnego i prawda/fałsz) oraz otwartej, wymagającej od zdającego stworzenia wypowiedzi (np. zapisania obliczeń i podania ich wyniku).

W arkuszu egzaminacyjnym obok numeru każdego zadania podano liczbę punktów, którą można uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.

## **PRZYKŁADOWY ARKUSZ EGZAMINACYJNY**

Przykładowy arkusz egzaminacyjny zawiera instrukcję dla zdającego oraz zestaw zadań egzaminacyjnych. Przykładowe rozwiązania zadań zamieszczonych w arkuszu znajdują się na końcu tej części informatora.





Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

Układ graficzny  
© CKE 2013

PESEL (wpisuje zdający)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PMA–A1–193

# EGZAMIN EKSTERNISTYCZNY Z MATEMATYKI

## SZKOŁA PODSTAWOWA

**Czas pracy: 120 minut**

### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 11 stron (zadania 1–26). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań otwartych przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla, linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na karcie punktowania wpisz swój PESEL. Zamaluj  pola odpowiadające cyfrom numeru PESEL. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
9. Pamiętaj, że w przypadku stwierdzenia niesamodzielnego rozwiązywania zadań egzaminacyjnych lub zakłócania prawidłowego przebiegu egzaminu w sposób utrudniający pracę pozostałym osobom zdającym, przewodniczący zespołu nadzorującego przerywa i unieważnia egzamin eksternistyczny.

*Życzymy powodzenia!*

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **40 punktów**.

**W zadaniach od 1. do 12. zaznacz jedyną poprawną odpowiedź.**

**Zadanie 1. (0–1)**

Liczba większa o sto osiemdziesiąt od liczby DLXX to

- A. DCL                      B. DCCL                      C. DCCXC                      D. DCCC

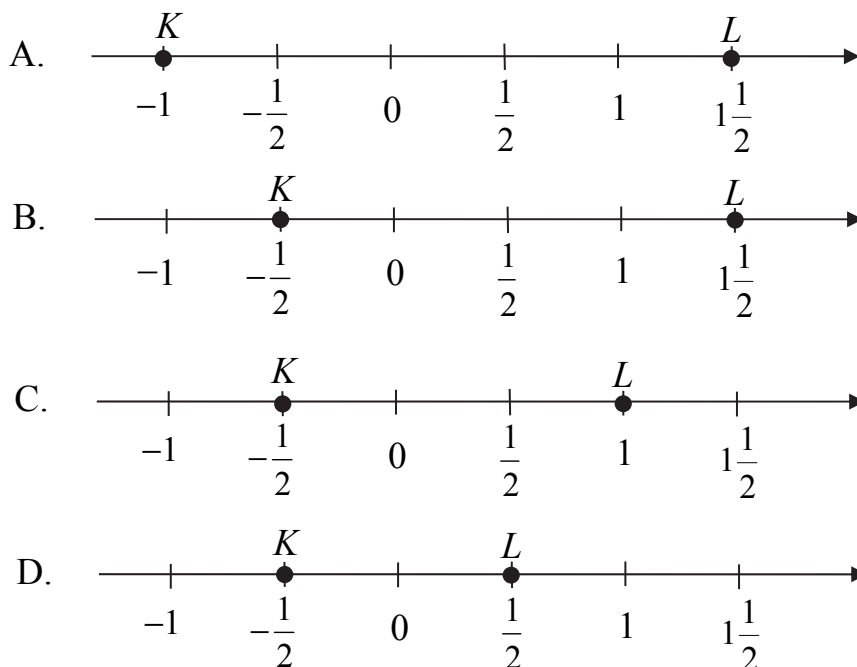
**Zadanie 2. (0–1)**

Która liczba jest podzielna przez 5 i przez 9?

- A. 329                      B. 369                      C. 640                      D. 675

**Zadanie 3. (0–1)**

Na której osi liczbowej odległość między zaznaczonymi punktami  $K$  i  $L$  jest równa 2?



**Zadanie 4. (0–1)**

Wartość wyrażenia  $(0,08)^2$  jest równa

- A. 0,16                      B. 0,64                      C. 0,0016                      D. 0,0064

**Zadanie 5. (0–1)**

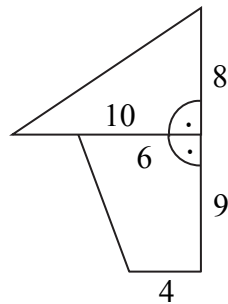
Janek przejechał na rowerze 12 km w ciągu 36 minut. W jakim czasie pokona następne 30 km, jeśli będzie jechał w tym samym tempie?

- A. 80 min                      B. 108 min                      C. 126 min                      D. 90 min



**Zadanie 6. (0–1)**

Na rysunku przedstawiono figurę złożoną z trójkąta i trapezu.



Pole całej figury jest równe

- A. 85                      B. 116                      C. 125                      D. 148

**Zadanie 7. (0–1)**

Z kawałka drutu o długości 240 cm zbudowano szkielet ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego, w którym krawędź podstawy ma długość 10 cm. Krawędź boczna tego ostrosłupa ma długość

- A. 40 cm                      B. 24 cm                      C. 20 cm                      D. 30 cm

**Zadanie 8. (0–1)**

Pole koła o promieniu  $\sqrt{3}$  cm jest równe

- A.  $4\sqrt{3}\pi$  cm<sup>2</sup>                      B.  $3\pi$  cm<sup>2</sup>                      C.  $2\sqrt{3}\pi$  cm<sup>2</sup>                      D.  $12\pi$  cm<sup>2</sup>

**Zadanie 9. (0–1)**

Wartość liczbową wyrażenia  $4m - n$ , dla  $m = 1,5$  i  $n = 0,5$ , jest równa

- A. 0,5                      B. 3,5                      C. 5,5                      D. 6,5

**Zadanie 10. (0–1)**

Działka w kształcie prostokąta ma wymiary 40 m  $\times$  50 m. Prostokąt będący odwzorowaniem działki na planie wykonanym w skali 1 : 500 ma wymiary

- A. 4 cm  $\times$  5 cm  
 B. 0,4 cm  $\times$  0,5 cm  
 C. 8 cm  $\times$  10 cm  
 D. 0,8 cm  $\times$  1 cm

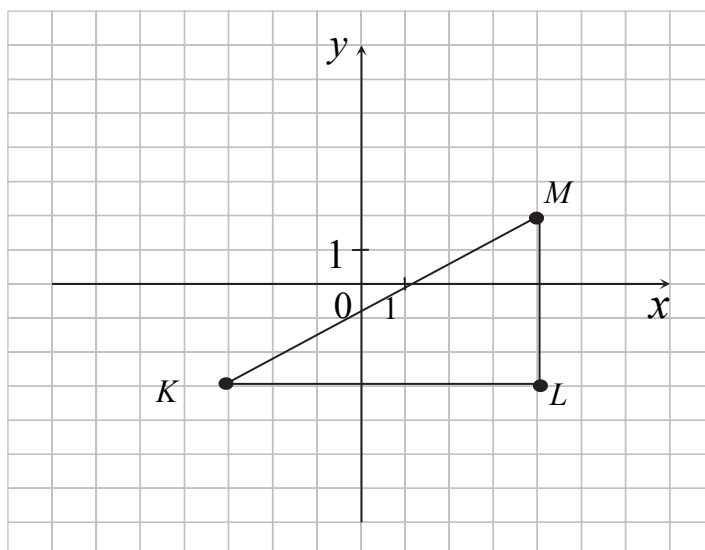
**Zadanie 11. (0–1)**

W piwnicy jest 60 butelek z sokiem, w tym 20 butelek z sokiem jabłkowym i 30 butelek z sokiem wiśniowym. W pozostałych butelkach jest sok malinowy. Prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrana butelka zawiera sok malinowy, jest równe

- A.  $\frac{1}{6}$                       B.  $\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{1}{5}$

**Zadanie 12. (0–1)**

W układzie współrzędnych narysowano trójkąt  $KLM$ .



Punkt  $L$  ma współrzędne

- A.  $(-3, 4)$       B.  $(4, -3)$       C.  $(3, 4)$       D.  $(4, 3)$

**Zadanie 13. (0–1)**

Oceń prawdziwość podanych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Każdy czworokąt, którego wszystkie boki mają tę samą długość, jest kwadratem.	P	F
2.	Każdy czworokąt, którego wszystkie kąty mają tę samą miarę, jest kwadratem.	P	F

**Zadanie 14. (0–1)**

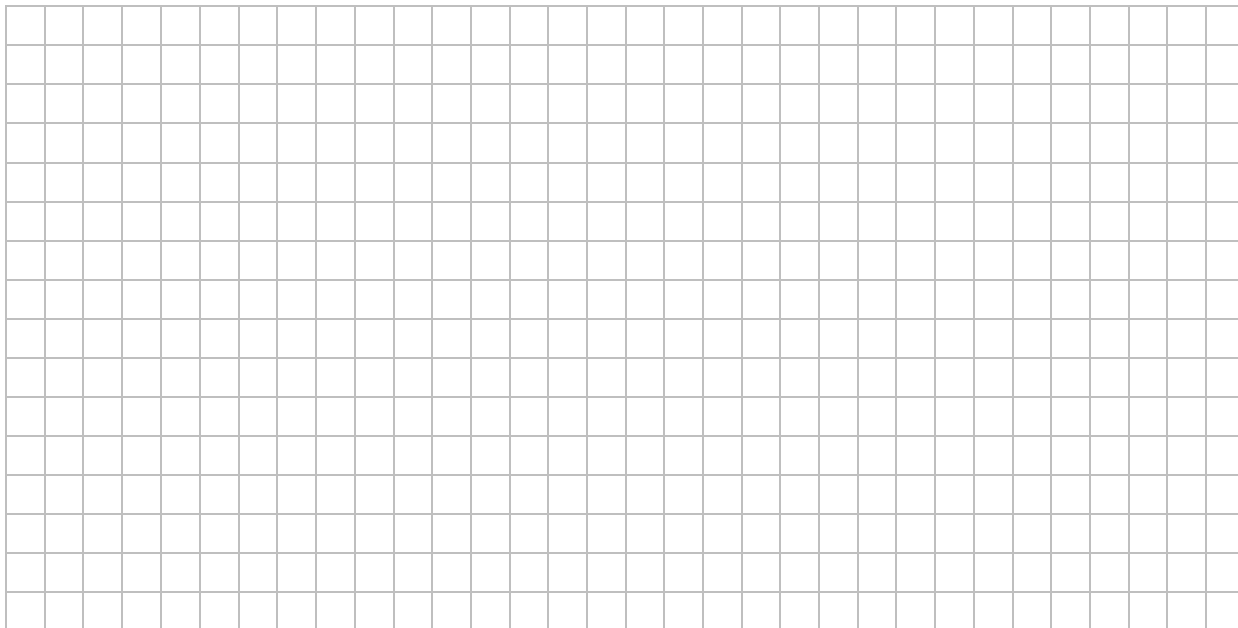
Oceń prawdziwość podanych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wyrażenie $2(3x - 1) - (x - 1) + 4$ jest równe wyrażeniu $5x + 1$ .	P	F
2.	Wyrażenie $a(4a - b) - b(3b - a)$ jest równe wyrażeniu $4a^2 - 3b^2$ .	P	F



**Zadanie 18. (0–3)**

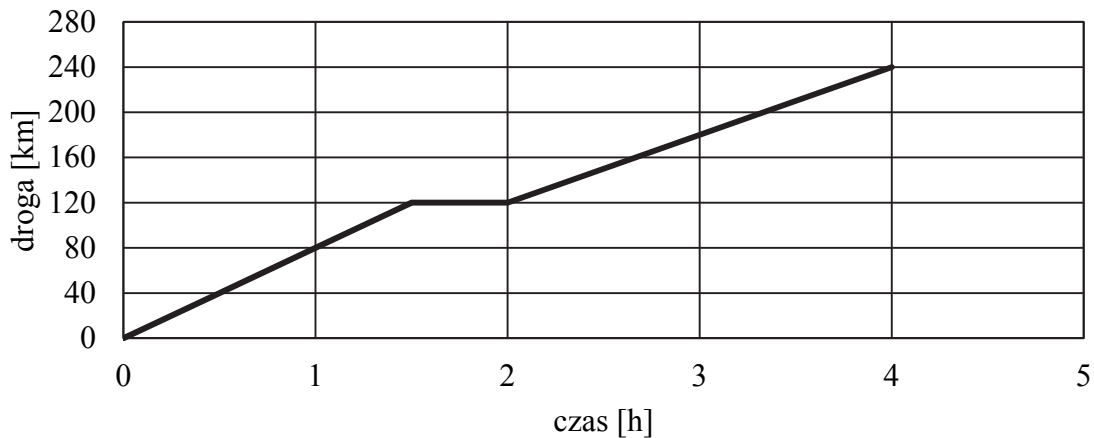
Komoda kosztowała 250 zł. Cenę komody obniżono najpierw o 20%, a następnie podwyższono o 10%. Oblicz cenę komody po dwóch kolejnych zmianach cen. Zapisz obliczenia.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 19. (0–2)**

Pan Jan przejechał samochodem 240 kilometrów w ciągu 4 godzin. Wykres przedstawia zmianę długości przebytej trasy w tym czasie.



Na podstawie informacji zawartych na wykresie odpowiedz na pytania.

19.1. Ile kilometrów przejechał pan Jan w czasie pierwszej godziny od chwili startu?

.....

19.2. Z jaką średnią prędkością pan Jan jechał po przerwie?

.....



**Zadanie 22. (0–2)**

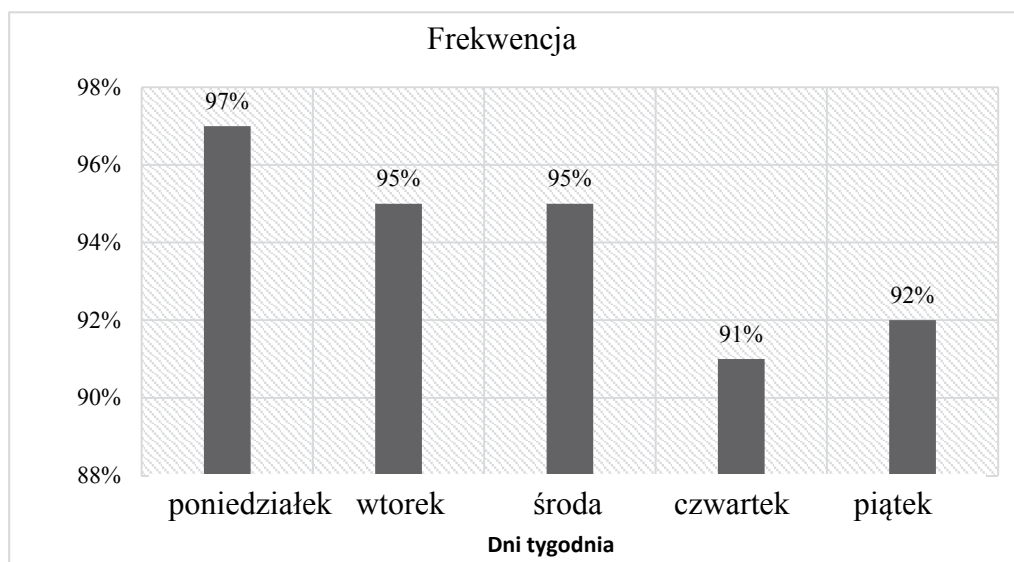
Zbiornik na wodę ma kształt prostopadłościanu. Dno zbiornika ma wymiary 20 dm i 10 dm, wysokość zbiornika jest równa 4 dm. Do pustego zbiornika wlano tyle wody, że sięgała do połowy jego wysokości. Ile litrów wody wlano do zbiornika? Zapisz obliczenia.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 23. (0–2)**

Wykres przedstawia procentowe zestawienie frekwencji uczniów pewnej szkoły w kolejnych dniach tygodnia.



Na podstawie wykresu uzupełnij zdania.

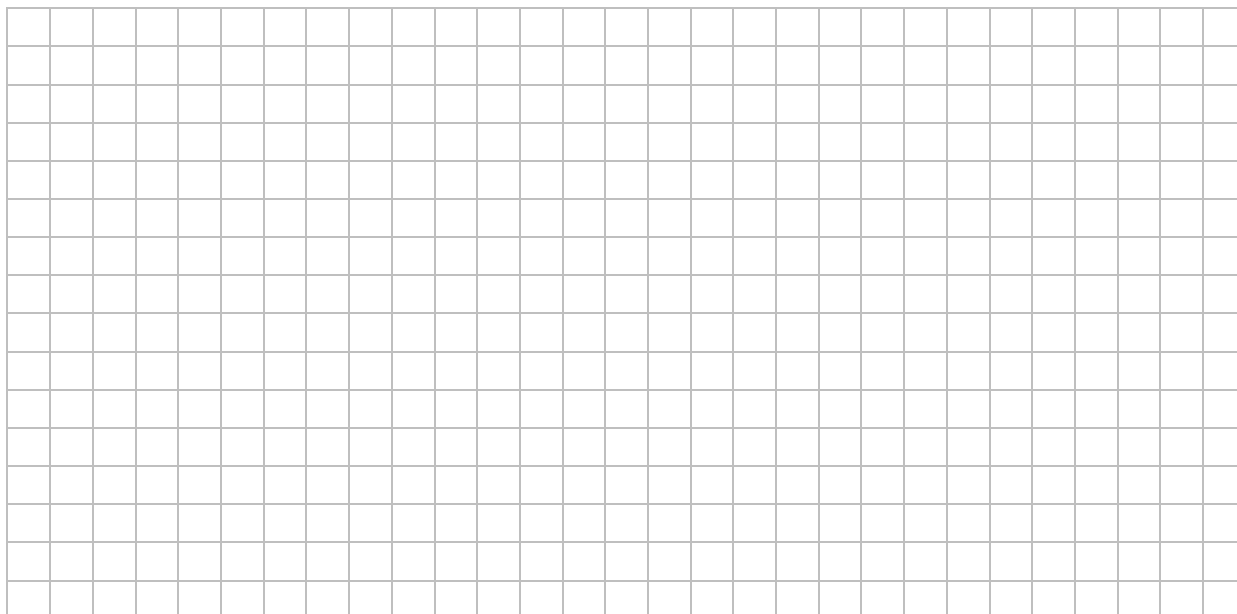
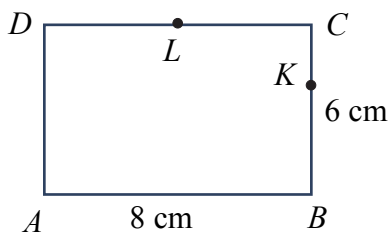
23.1. Największy spadek frekwencji, w porównaniu do poprzedniego dnia, nastąpił .....

23.2. Średnia frekwencja w przedstawionym tygodniu była równa .....



**Zadanie 26. (0–3)**

W prostokącie  $ABCD$  bok  $AB$  ma długość 8 cm, a długość boku  $BC$  jest równa 6 cm. Punkt  $K$  dzieli bok  $BC$  na dwa odcinki tak, że odcinek  $BK$  jest dwa razy dłuższy od odcinka  $KC$ . Punkt  $L$  jest środkiem odcinka  $CD$ . Oblicz pole czworokąta  $ABKL$ . Zapisz obliczenia.



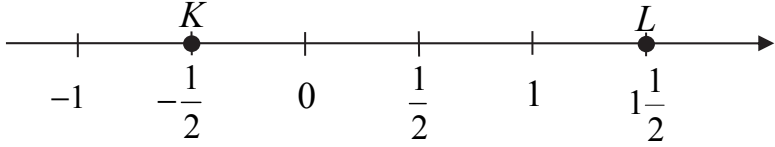
Odpowiedź: .....

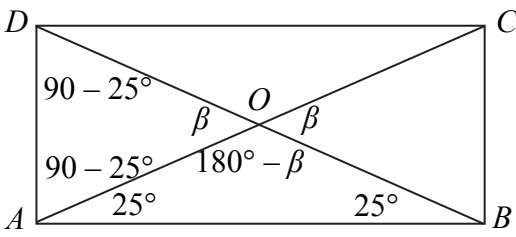
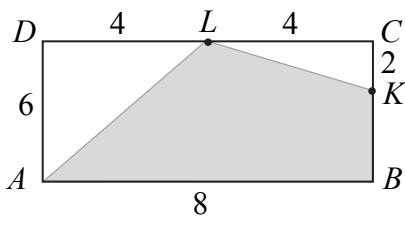


## **BRUDNOPIS**



**PRZYKŁADOWE ROZWIĄZANIA ZADAŃ ZAMIESZCZONYCH W ARKUSZU EGZAMINACYJNYM**

Nr zad.	Poprawne rozwiązanie zadania
1.	B. DCCL
2.	D. 675
3.	B. 
4.	D. 0,0064
5.	D. 90 min
6.	A. 85
7.	D. 30 cm
8.	B. $3\pi \text{ cm}^2$
9.	C. 5,5
10.	C. $8 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$
11.	A. $\frac{1}{6}$
12.	B. $(4, -3)$
13.	1. fałsz 2. fałsz
14.	1. fałsz 2. prawda
15.	1. fałsz 2. prawda
16.	$2x + 5(x - 1,5) = 2x + 5x - 7,5 = 7x - 7,5$
17.	$7 \cdot 3,8 - 7,5 = 26,6 - 7,5 = 19,1$ (zł) Odpowiedź: Łączny koszt zakupu siedmiu biletów jest równy 19 zł 10 gr.
18.	$250 - 20\% \cdot 250 = 250 - 0,2 \cdot 250 = 250 - 50 = 200$ $200 + 10\% \cdot 200 = 200 + 0,1 \cdot 200 = 200 + 20 = 220$ Odpowiedź: Cena komody po dwóch kolejnych zmianach jest równa 220 zł.
19.	19.1. $80 \text{ km}$ 19.2. $\frac{120 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
20.	$x$ kwota w portfelu $\frac{1}{3}x$ trzecia część kwoty w portfelu, zakup książki $x - \frac{1}{3}x = \frac{2}{3}x$ reszta $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}x = \frac{1}{3}x$ połowa reszty, bilet do kina 20 zł pieniądze dane synowi

	$\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}x + 20 = x$ $\frac{2}{3}x - x = -20$ $-\frac{1}{3}x = -20$ $x = 60$ $\frac{1}{3} \cdot 60 = 20$ <p>Odpowiedź: Pan Tomasz na bilet do kina przeznaczył 20 zł.</p>
21.	$3x - 2(x + 2) = 3 + 5(1 - x)$ $3x - 2x - 4 = 3 + 5 - 5x$ $x - 4 = 8 - 5x$ $x + 5x = 8 + 4$ $6x = 12$ $x = 2$
22.	$20 \cdot 10 \cdot 4 = 800 \text{ (dm}^3\text{)}$ $800 \text{ dm}^3 : 2 = 400 \text{ dm}^3$ <p>Odpowiedź: Do zbiornika wlewo 400 litrów wody.</p>
23.	<p>23.1. w czwartek</p> <p>23.2. 94%</p>
24.	 <p>Teza: <math>\beta = 50^\circ</math></p> $ \angle AOB  = 180^\circ - \beta$ $ \angle ABO  = 25^\circ$ $25^\circ + 25^\circ + 180^\circ - \beta = 180^\circ$ $\beta = 50^\circ \text{ (teza)}$
25.	$ AE ^2 = 13^2 - 12^2$ $ AE  = 5$ $ AB  = 5 + 6 + 5 = 16$ <p>Odpowiedź: Podstawa <math>AB</math> ma długość 16.</p>
26.	 $ KC  = \frac{1}{3} \cdot 6 = 2$

$ CL  =  LD  = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4$ $P_{KCL} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4$ – pole trójkąta $P_{LDA} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 = 12$ – pole trójkąta $P_{ABKL} = 6 \cdot 8 - 4 - 12 = 32 \text{ cm}^2$ – pole czworokąta Odpowiedź: Pole czworokąta $ABKL$ jest równe $32 \text{ cm}^2$ .
---