



|                                   |                                 |
|-----------------------------------|---------------------------------|
| <i>Rodzaj dokumentu:</i>          | <b>Sprawozdanie za rok 2026</b> |
| <i>Egzamin:</i>                   | <b>Egzamin maturalny</b>        |
| <i>Przedmiot:</i>                 | <b>Fizyka</b>                   |
| <i>Poziom:</i>                    | <b>Poziom rozszerzony</b>       |
| <i>Termin egzaminu:</i>           | 19 maja 2026 r.                 |
| <i>Data publikacji dokumentu:</i> | 25 września 2026 r.             |

**WOJEWÓDZTWO MAŁOPOLSKIE**



Sprawozdanie zostało opracowane przez Centralną Komisję Egzaminacyjną we współpracy z okręgowymi komisjami egzaminacyjnymi.

**Centralna Komisja Egzaminacyjna**

ul. Józefa Lewartowskiego 6, 00-190 Warszawa  
tel. 22 536 65 00  
[www.cke.gov.pl](http://www.cke.gov.pl) [sekretariat@cke.gov.pl](mailto:sekretariat@cke.gov.pl)

**Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Gdańsku** (województwa: kujawsko-pomorskie, pomorskie)

ul. Na Stoku 49, 80-874 Gdańsk  
tel. 58 320 55 90  
[www.oke.gda.pl](http://www.oke.gda.pl) [komisja@oke.gda.pl](mailto:komisja@oke.gda.pl)

**Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Jaworznie** (województwo śląskie)

ul. Adama Mickiewicza 4, 43-600 Jaworzno  
tel. 32 784 16 00  
[www.oke.jaworzno.pl](http://www.oke.jaworzno.pl) [sekretariat@oke.jaworzno.pl](mailto:sekretariat@oke.jaworzno.pl)

**Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie** (województwa: lubelskie, małopolskie, podkarpackie)

os. Szkolne 37, 31-978 Kraków  
tel. 12 683 21 01  
[www.oke.krakow.pl](http://www.oke.krakow.pl) [oke@oke.krakow.pl](mailto:oke@oke.krakow.pl)

**Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łomży** (województwa: podlaskie, warmińsko-mazurskie)

Al. Legionów 9, 18-400 Łomża  
tel. 86 473 71 20  
[www.oke.lomza.pl](http://www.oke.lomza.pl) [sekretariat@oke.lomza.pl](mailto:sekretariat@oke.lomza.pl)

**Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łodzi** (województwa: łódzkie, świętokrzyskie)

ul. Ksawerego Praussa 4, 94-203 Łódź  
tel. 42 664 80 50  
[lodz.oke.gov.pl](http://lodz.oke.gov.pl) [sekretariat@lodz.oke.gov.pl](mailto:sekretariat@lodz.oke.gov.pl)

**Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Poznaniu** (województwa: lubuskie, wielkopolskie, zachodniopomorskie)

ul. Gronowa 22, 61-655 Poznań  
tel. 61 854 01 60  
[www.oke.poznan.pl](http://www.oke.poznan.pl) [sekretariat@oke.poznan.pl](mailto:sekretariat@oke.poznan.pl)

**Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Warszawie** (województwo mazowieckie)

ul. Józefa Bema 87, 01-233 Warszawa  
tel. 22 457 03 35  
[www.oke.waw.pl](http://www.oke.waw.pl) [info@oke.waw.pl](mailto:info@oke.waw.pl)

**Okręgowa Komisja Egzaminacyjna we Wrocławiu** (województwa: dolnośląskie, opolskie)

ul. Tadeusza Zielińskiego 57, 53-533 Wrocław  
tel. 71 785 18 94  
[www.oke.wroc.pl](http://www.oke.wroc.pl) [sekretariat@oke.wroc.pl](mailto:sekretariat@oke.wroc.pl)

Serwis Komisji Egzaminacyjnych: [egzaminy.gov.pl](http://egzaminy.gov.pl)



**Serwis  
Komisji  
Egzaminacyjnych**





## Spis treści

|                                          |    |
|------------------------------------------|----|
| Opis arkusza egzaminu maturalnego .....  | 4  |
| Dane dotyczące populacji zdających ..... | 5  |
| Przebieg egzaminu .....                  | 6  |
| Podstawowe dane statystyczne .....       | 7  |
| Komentarz .....                          | 15 |
| Wnioski i rekomendacje .....             | 62 |

## Opis arkusza egzaminu maturalnego

W roku szkolnym 2025/2026 egzamin maturalny z fizyki został przeprowadzony na podstawie wymagań podstawy programowej określonej w rozporządzeniu Ministra Edukacji z dnia 28 czerwca 2024 r.<sup>1</sup>

Arkusz egzaminacyjny z fizyki na poziomie rozszerzonym zawierał ogółem 28 zadań (ujętych w 11 grup/wiązek tematycznych), na które składało się 10 zadań zamkniętych i 18 zadań otwartych. Za rozwiązanie wszystkich zadań można było otrzymać 60 punktów. Zadania sprawdzały wiadomości oraz umiejętności ujęte w pięciu obszarach wymagań ogólnych:

- I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości (8 zadań łącznie za 9 punktów, w tym: 6 zadań zamkniętych łącznie za 6 punktów oraz 2 zadania otwarte łącznie za 3 punkty).
- II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych (9 zadań łącznie za 22 punkty, w tym: 2 zadania zamknięte łącznie za 2 punkty oraz 7 zadań otwartych łącznie za 20 punktów).
- III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników (3 zadania łącznie za 4 punkty, w tym: 2 zadania zamknięte łącznie za 2 punkty oraz 1 zadanie otwarte za 2 punkty).
- IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł (3 zadania otwarte łącznie za 7 punktów).
- V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych (5 zadań otwartych łącznie za 18 punktów).

Zdający mogli korzystać z *Wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych na egzamin maturalny z biologii, chemii i fizyki* oraz linijki i kalkulatora naukowego.

<sup>1</sup> Rozporządzenie Ministra Edukacji z dnia 28 czerwca 2024 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej kształcenia ogólnego dla liceum ogólnokształcącego, technikum oraz branżowej szkoły II stopnia (Dz.U. poz. 1019).

## Dane dotyczące populacji zdających

**TABELA 1.** ZDAJĄCY ROZWIĄZUJĄCY ZADANIA W ARKUSZU STANDARDOWYM\*

| Liczba zdających (Formuła 2023)                     |                                                        | 1 194 |
|-----------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|-------|
| Zdający rozwiązujący zadania w arkuszu standardowym | z liceów ogólnokształcących                            | 981   |
|                                                     | z techników                                            | 210   |
|                                                     | z branżowych szkół II stopnia                          | 3     |
|                                                     | ze szkół na wsi                                        | 24    |
|                                                     | ze szkół w miastach do 20 tys. mieszkańców             | 221   |
|                                                     | ze szkół w miastach od 20 tys. do 100 tys. mieszkańców | 315   |
|                                                     | ze szkół w miastach powyżej 100 tys. mieszkańców       | 634   |
|                                                     | ze szkół publicznych                                   | 1 110 |
|                                                     | ze szkół niepublicznych                                | 83    |
|                                                     | kobiety                                                | 285   |
|                                                     | mężczyźni                                              | 909   |
|                                                     | bez dysleksji rozwojowej                               | 932   |
|                                                     | z dysleksją rozwojową                                  | 262   |

\* Dane w tabeli dotyczą tegorocznych absolwentów.

Z egzaminu zwolniono 6 osób – laureatów i finalistów Olimpiady Fizycznej.

**TABELA 2.** ZDAJĄCY ROZWIĄZUJĄCY ZADANIA W ARKUSZACH DOSTOSOWANYCH

|                                                        |                                                                          |           |
|--------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Zdający rozwiązujący zadania w arkuszach dostosowanych | z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera                                   | 18        |
|                                                        | słabowidzący                                                             | 0         |
|                                                        | niewidomi                                                                | 0         |
|                                                        | słabosłyszący                                                            | 3         |
|                                                        | nieśłyszący                                                              | 0         |
|                                                        | z niepełnosprawnością ruchową spowodowaną mózgowym porażeniem dziecięcym | 0         |
|                                                        | z zaburzeniem widzenia barw                                              | 0         |
|                                                        | <b>Ogółem</b>                                                            | <b>21</b> |

## Przebieg egzaminu

**TABELA 3.** INFORMACJE DOTYCZĄCE PRZEBIEGU EGZAMINU

|                                                 |                     |                                                                                                   |              |
|-------------------------------------------------|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| Termin egzaminu                                 |                     |                                                                                                   | 19 maja 2026 |
| Czas trwania egzaminu dla arkusza standardowego |                     |                                                                                                   | 180 minut    |
| Liczba szkół                                    |                     |                                                                                                   | 192          |
| Liczba zespołów egzaminatorów                   |                     |                                                                                                   | 2            |
| Liczba egzaminatorów-weryfikatorów              |                     |                                                                                                   | 2            |
| Liczba egzaminatorów                            |                     |                                                                                                   | 25           |
| Liczba obserwatorów <sup>2</sup> (§ 8 ust. 1)   |                     |                                                                                                   |              |
| Liczba unieważnień <sup>3</sup>                 | w przypadku:        |                                                                                                   |              |
|                                                 | art. 44zzv pkt 1    | stwierdzenia niesamodzielnego rozwiązywania zadań przez zdającego                                 | -            |
|                                                 | art. 44zzv pkt 2    | wniesienia lub korzystania przez zdającego w sali egzaminacyjnej z urządzenia telekomunikacyjnego | -            |
|                                                 | art. 44zzv pkt 3    | zakłócenia przez zdającego prawidłowego przebiegu egzaminu                                        | -            |
|                                                 | art. 44zzw ust. 1   | stwierdzenia podczas sprawdzania pracy niesamodzielnego rozwiązywania zadań przez zdającego       | -            |
|                                                 | art. 44zzy ust. 1–9 | stwierdzenie naruszenia przepisów dotyczących przeprowadzenia egzaminu maturalnego                | -            |
|                                                 | art. 44zzy ust. 10  | niemożność ustalenia wyniku (np. zaginięcie karty odpowiedzi)                                     | -            |
| Liczba wglądów <sup>4</sup> (art. 44zzz)        |                     |                                                                                                   | 99           |

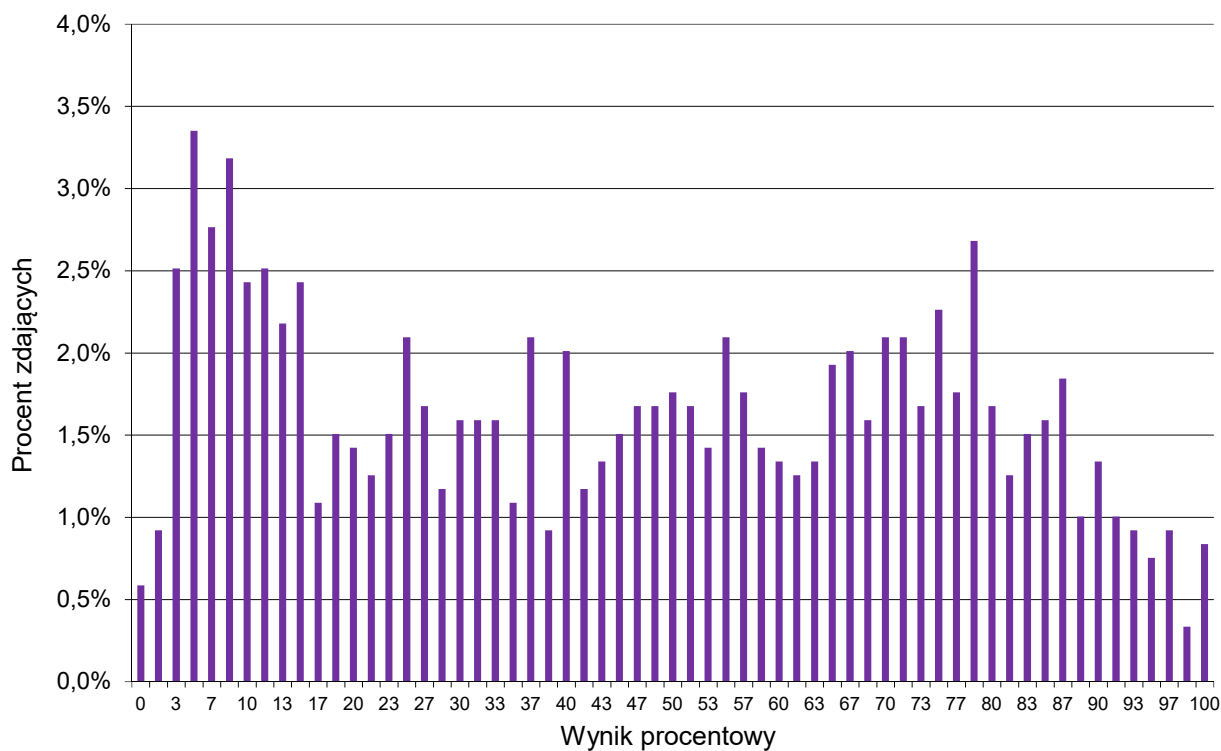
<sup>2</sup> Rozporządzenie Ministra Edukacji i Nauki z dnia 1 sierpnia 2022 r. w sprawie egzaminu maturalnego (Dz.U. z 2024 r. poz. 302, z późn. zm.).

<sup>3</sup> Ustawa z dnia 7 września 1991 r. o systemie oświaty (Dz.U. z 2025 r. poz. 881, z późn. zm.).

## Podstawowe dane statystyczne

### Wyniki zdających

**WYKRES 1.** ROZKŁAD WYNIKÓW ZDAJĄCYCH



**TABELA 4.** WYNIKI ZDAJĄCYCH – PARAMETRY STATYSTYCZNE\*

| Zdający                        | Liczba zdających | Minimum (%) | Maksimum (%) | Mediana (%) | Modalna (%) | Średnia (%) | Odchylenie standardowe (%) |
|--------------------------------|------------------|-------------|--------------|-------------|-------------|-------------|----------------------------|
| <b>Ogółem<br/>Formuła 2023</b> | <b>1 194</b>     | <b>0</b>    | <b>100</b>   | <b>47</b>   | <b>5</b>    | <b>46</b>   | <b>29</b>                  |
| w tym:                         |                  |             |              |             |             |             |                            |
| z liceów ogólnokształcących    | 981              | 0           | 100          | 53          | 78          | 51          | 27                         |
| z techników                    | 210              | 0           | 93           | 12          | 5           | 22          | 22                         |
| z branżowych szkół II stopnia  | 3                | –           | –            | –           | –           | –           | –                          |

\* Dane dotyczą tegorocznych absolwentów. Parametry statystyczne są podane dla grup liczących 30 lub więcej zdających.

## Poziom wykonania zadań

TABELA 5. POZIOM WYKONANIA ZADAŃ

| Wymagania podstawy programowej |                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                              |
|--------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|
| Nr zad.                        | Wymagania ogólne                                                                                                             | Wymagania szczegółowe<br><i>Gdy wymaganie dotyczy treści szkoły podstawowej, dopisano (SP), a gdy zakresu podstawowego szkoły ponadpodstawowej – dopisano (P).</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Poziom wykonania zadania (%) |
| 1.1.                           | I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. | Zdający:<br>II.16) (SP) opisuje spadek swobodny [...].<br>I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] wykresów, [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu [...].<br>II.4) opisuje ruchy prostoliniowe [...] jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości [...] od czasu.                                                                                                                                                                                  | 75                           |
| 1.2.                           | II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.                                                   | Zdający:<br>II.16) (SP) opisuje spadek swobodny [...].<br>I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] wykresów, [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu [...].<br>II.4) opisuje ruchy prostoliniowe [...] jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości [...] od czasu;<br>II.6) wyznacza położenie, wartość prędkości, wartość przyspieszenia i drogę w ruchu [...] jednostajnie zmiennym na podstawie danych zawartych w postaci [...] wykresów.       | 54                           |
| 1.3.                           | II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.                                                   | Zdający:<br>II.16) (SP) opisuje spadek swobodny [...].<br>I.7) wyodrębnia z [...] wykresów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...].<br>II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyspieszenia oraz drogi od czasu;<br>II.6) wyznacza położenie, wartość prędkości, wartość przyspieszenia i drogę w ruchu [...] jednostajnie zmiennym na podstawie danych zawartych w postaci [...] wykresów. | 51                           |
| 2.1.                           | I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. | Zdający:<br>I.5) rozróżnia wielkości wektorowe i skalarnie [...];<br>I.6) tworzy [...] rysunki schematyczne [...] dla zilustrowania zjawisk [...].<br>II.11) opisuje ruch niejednostajny po okręgu.                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 49                           |
| 2.2.                           | I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. | Zdający:<br>I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...].<br>II.11) (SP) rozpoznaje i nazywa siły, podaje ich przykłady w różnych sytuacjach praktycznych (siły: ciężkości, [...] sprężystości [...]).                                                                                                                                                                                                                               | 45                           |

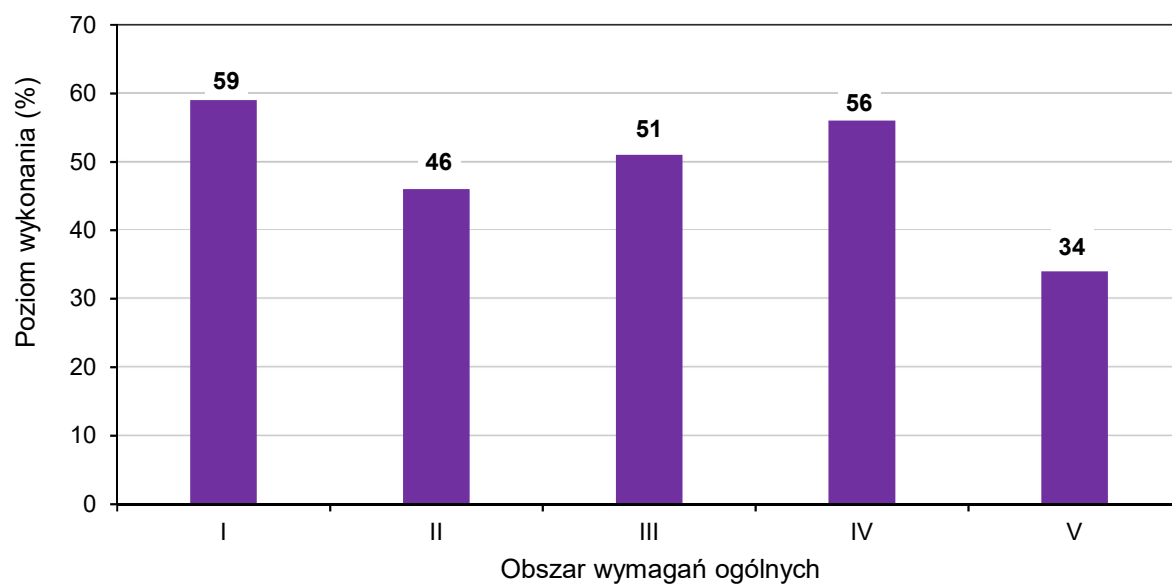
|      |                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|      |                                                                                                                | <p>II.11) opisuje ruch niejednostajny po okręgu;</p> <p>II.12) wyznacza graficznie siłę wypadkową dla sił działających w dowolnych kierunkach na płaszczyźnie;</p> <p>II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |
| 2.3. | V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. | <p>Zdający:</p> <p>I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...].</p> <p>II.9) stosuje do obliczeń związku między promieniem okręgu, prędkością kątową, prędkością liniową oraz przyspieszeniem dośrodkowym;</p> <p>II.11) opisuje ruch niejednostajny po okręgu;</p> <p>II.12) wyznacza graficznie siłę wypadkową dla sił działających w dowolnych kierunkach na płaszczyźnie;</p> <p>II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał;</p> <p>II.20) [...] wykorzystuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń.</p>                                                                                                                                                                         | 15 |
| 3.1. | II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.                                     | <p>Zdający:</p> <p>I.7) wyodrębnia z [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...].</p> <p>II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał.</p> <p>III.3) stosuje warunki statyki bryły sztywnej; posługuje się pojęciem momentu sił wraz z jednostką.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 43 |
| 3.2. | V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. | <p>Zdający:</p> <p>II.12) wyznacza graficznie siłę wypadkową dla sił działających w dowolnych kierunkach [...];</p> <p>II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał.</p> <p>III.2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi;</p> <p>III.4) stosuje zasady dynamiki dla ruchu obrotowego; posługuje się pojęciami przyspieszenia kąowego oraz momentu bezwładności jako wielkościami zależnej od rozkładu mas, wraz z ich jednostkami.</p> <p>ALBO</p> <p>II.20) [...] wykorzystuje [...] zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń.</p> <p>III.5) [...] oblicza energię ruchu bryły sztywnej jako sumę energii kinetycznej ruchu postępowego środka masy i ruchu obrotowego wokół osi przechodzącej przez środek masy.</p> | 20 |
| 4.1. | III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników.         | <p>Zdający:</p> <p>VIII.4) (SP) posługuje się pojęciami amplitudy, okresu, częstotliwości, długości fali i prędkości rozchodzenia się fali do opisu fal oraz stosuje do obliczeń związku między tymi wielkościami wraz z ich jednostkami.</p> <p>I.7) wyodrębnia z [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...].</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 57 |

|      |                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|      |                                                                                                                              | X.1) analizuje rozchodzenie się fal na powierzchni wody i dźwięku w powietrzu na podstawie obrazu powierzchni falowych.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |
| 4.2. | I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. | Zdający:<br>I.7) wyodrębnia z [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...].<br>X.2) posługuje się pojęciem natężenia fali wraz z jej jednostką ( $W/m^2$ ) oraz proporcjonalnością do kwadratu amplitudy.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 48 |
| 4.3. | I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. | Zdający:<br>I.7) wyodrębnia z [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...].<br>X.1) analizuje rozchodzenie się fal na powierzchni wody i dźwięku w powietrzu na podstawie obrazu powierzchni falowych;<br>X.8) opisuje jakościowo związek między dyfrakcją na szczelinie a szerokością szczeliny i długością fali;<br>X.18.b) doświadczalnie: obserwuje zjawisko dyfrakcji fali na szczelinie.                                                                                                                                                                                                 | 69 |
| 4.4. | V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.               | Zdający:<br>VIII.4) (SP) posługuje się pojęciami amplitudy, okresu, częstotliwości, długości fali i prędkości rozchodzenia się fali do opisu fal oraz stosuje do obliczeń związki między tymi wielkościami wraz z ich jednostkami.<br>I.7) wyodrębnia z [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...].<br>X.1) analizuje rozchodzenie się fal na powierzchni wody i dźwięku w powietrzu na podstawie obrazu powierzchni falowych;<br>X.6) stosuje prawo odbicia i prawo załamania fal na granicy dwóch ośrodków; posługuje się pojęciem współczynnika załamania ośrodka; oblicza kąt graniczny. | 46 |
| 5.1. | I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. | Zdający:<br>I.6) tworzy [...] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu [...].<br>II.10) (SP) stosuje pojęcie siły jako wielkości opisującej oddziaływanie na ciało, uwzględnia wektorowy charakter siły – wskazuje wartość, kierunek i zwrot wektora siły oraz ciało, do którego przyłożona jest siła [...].<br>IV.1) posługuje się prawem powszechnego ciążenia do opisu oddziaływania grawitacyjnego; wskazuje siłę grawitacji jako przyczynę spadania ciał;<br>IV.3) analizuje jakościowo wpływ siły grawitacji Słońca na niejednostajny ruch planet po orbitach eliptycznych [...].                          | 74 |
| 5.2. | IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów                                | Zdający:<br>I.2) posługuje się [...] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych;                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 63 |

|      |                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|      | popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł.                                                                                               | I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; [...].<br>IV.5) [...] stosuje do obliczeń III prawo Keplera dla orbit kołowych i eliptycznych.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |
| 5.3. | II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.                                                                                                    | Zdający:<br>I.6) tworzy [...] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk [...].<br>II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał.<br>IV.1) posługuje się prawem powszechnego ciężenia do opisu oddziaływania grawitacyjnego; wskazuje siłę grawitacji jako przyczynę spadania ciał.                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 57 |
| 5.4. | IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł. | Zdający:<br>I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; [...].<br>III.6) posługuje się pojęciem momentu pędu punktu materialnego [...].<br>III.7) stosuje zasadę zachowania momentu pędu.<br>IV.6) interpretuje II prawo Keplera jako konsekwencję zasady zachowania momentu pędu.<br>ALBO<br>II.20) [...] wykorzystuje [...] zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń.<br>IV.7) oblicza zmiany energii potencjalnej grawitacji i stosuje zasadę zachowania energii do ruchu pod wpływem siły grawitacji. | 48 |
| 6.1. | III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników.                                                                        | Zdający:<br>I.7) wyodrębnia z [...] wykresów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach.<br>VI.10) opisuje związek między temperaturą w skali Kelvina a średnią energią ruchu cząsteczek [...].<br>VI.11) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego;<br>VI.12) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu.                                                                                                                                                                     | 33 |
| 6.2. | II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.                                                                                                    | Zdający:<br>I.7) wyodrębnia z [...] wykresów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach.<br>VI.11) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego;<br>VI.12) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu.                                                                                                                                                                                                                                                                            | 67 |
| 6.3. | II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.                                                                                                    | Zdający:<br>I.2) posługuje się [...] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych.<br>VI.3) posługuje się pojęciem energii wewnętrznej; analizuje pierwszą zasadę termodynamiki jako zasadę zachowania energii;<br>VI.8) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych [...].<br>VI.10) opisuje związek między temperaturą w skali Kelvina a [...] energią wewnętrzną gazu doskonałego;                                                                                                                                                                                 | 25 |

|      |                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|      |                                                                                                                              | VI.11) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego;<br>VI.12) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu;<br>VI.13) posługuje się pojęciem ciepła molowego gazu [...].                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |
| 7.1. | I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. | Zdający:<br>I.5) [...] wykonuje graficznie działania na wektorach (dodawanie [...]);<br>I.7) wyodrębnia z tekstów [...], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...].<br>II.12) wyznacza graficznie siłę wypadkową dla sił działających w dowolnych kierunkach na płaszczyźnie.<br>VII.2) oblicza wartość siły wzajemnego oddziaływania ładunków, stosując prawo Coulomba.                                                                         | 78 |
| 7.2. | II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.                                                   | Zdający:<br>I.5) [...] wykonuje graficznie działania na wektorach (dodawanie [...]);<br>I.7) wyodrębnia z tekstów [...], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu [...].<br>VII.3) posługuje się wektorem natężenia pola elektrycznego wraz z jego jednostką [...];<br>VII.4) analizuje natężenie pola wytwarzanego przez układ ładunków punktowych i oblicza jego wartość.                                                             | 41 |
| 8.1. | V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.               | Zdający:<br>I.4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem;<br>I.7) wyodrębnia z tekstów [...], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...];<br>I.18) wyodrębnia zjawisko z kontekstu, nazywa je oraz wskazuje czynniki istotne i nieistotne dla jego przebiegu.<br>X.6) stosuje prawo odbicia i prawo załamania fal na granicy dwóch ośrodków; posługuje się pojęciem współczynnika załamania ośrodka; oblicza kąt graniczny. | 48 |
| 8.2. | III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników.                       | Zdający:<br>I.7) wyodrębnia z tekstów [...], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...];<br>I.18) wyodrębnia zjawisko z kontekstu, nazywa je oraz wskazuje czynniki istotne i nieistotne dla jego przebiegu.<br>X.6) stosuje prawo odbicia i prawo załamania fal na granicy dwóch ośrodków; posługuje się pojęciem współczynnika załamania ośrodka; oblicza kąt graniczny.                                                                        | 58 |
| 9.   | II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.                                                   | Zdający:<br>II.10) identyfikuje siłę wypadkową działającą na ciało w ruchu jednostajnym po okręgu jako siłę dośrodkową;<br>II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał.<br>IX.2) posługuje się pojęciem wektora indukcji magnetycznej wraz z jego jednostką, analizuje oddziaływanie pola magnetycznego na przewodnik [...]                                                                                                                                                     | 49 |

|       |                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|       |                                                                                                                                                                               | na poruszającą się cząstkę naładowaną ([...] siła Lorentza);<br>IX.4) analizuje tor cząstki naładowanej w jednorodnym polu magnetycznym.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |
| 10.   | II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.                                                                                                    | Zdający:<br>I.2) posługuje się materiałami pomocniczymi, w tym [...] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych;<br>I.15) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zaokrąglony do zadanej liczby cyfr znaczących.<br>XII.2) posługuje się związkiem między energią całkowitą, masą cząstki i jej prędkością; posługuje się pojęciem energii spoczynkowej;<br>XII.3) opisuje równowagę masy i energii spoczynkowej.                                                                                                                                  | 55 |
| 11.1. | IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł. | Zdający:<br>I.2) posługuje się [...] tablicami fizycznymi i chemicznymi oraz kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych.<br>XII.5) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron; opisuje skład jądra atomowego na podstawie liczb masowej i atomowej;<br>XII.6) zapisuje reakcje jądrowe, stosując zasadę zachowania liczby nukleonów i zasadę zachowania ładunku;<br>XII.9) [...] opisuje rozpady [...] beta ( $\beta^+$ , $\beta^-$ ).                                                                   | 63 |
| 11.2. | I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.                                                  | Zdający:<br>XII.3) opisuje równowagę masy i energii spoczynkowej;<br>XII.7) stosuje zasadę zachowania energii do opisu reakcji jądrowych [...];<br>XII.8) oblicza dla dowolnego izotopu energię spoczynkową [...];<br>XII.9) wymienia właściwości promieniowania jądrowego; opisuje rozpady [...] beta ( $\beta^+$ , $\beta^-$ ).                                                                                                                                                                                                                           | 45 |
| 11.3. | V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.                                                                | Zdający:<br>I.4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem;<br>I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] wykresów, [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu [...];<br>I.9) dopasowuje prostą do danych przedstawionych w postaci wykresu; interpretuje nachylenie tej prostej i punkty przecięcia z osiami.<br>XII.12) opisuje rozpad izotopu promieniotwórczego; posługuje się pojęciem czasu połowicznego rozpadu; oblicza liczbę jąder izotopu promieniotwórczego, które pozostają w próbce po dowolnym czasie [...]. | 48 |

**WYKRES 2.** POZIOM WYKONANIA ZADAŃ W OBSZARZE WYMAGAŃ OGÓLNYCH

## Komentarz

W roku 2026 do egzaminu maturalnego z fizyki w Formule 2023 przystąpili po raz czwarty absolwenci liceów ogólnokształcących, a po raz trzeci – absolwenci techników. Egzamin odbył się tylko na poziomie rozszerzonym. Średni wynik, jaki osiągnęli wszyscy absolwenci (liceów oraz techników łącznie), wynosi **42%**. Absolwenci liceów osiągnęli średni wynik **47%**, natomiast absolwenci techników osiągnęli średni wynik **19%**.

### 1. Analiza jakościowa zadań

Tegoroczny arkusz maturalny z fizyki składał się ogółem z 28 pojedynczych zadań ujętych w 11 grup (wiązek) zadaniowych, za które można było uzyskać łącznie 60 punktów.

#### Poziomy trudności zadań

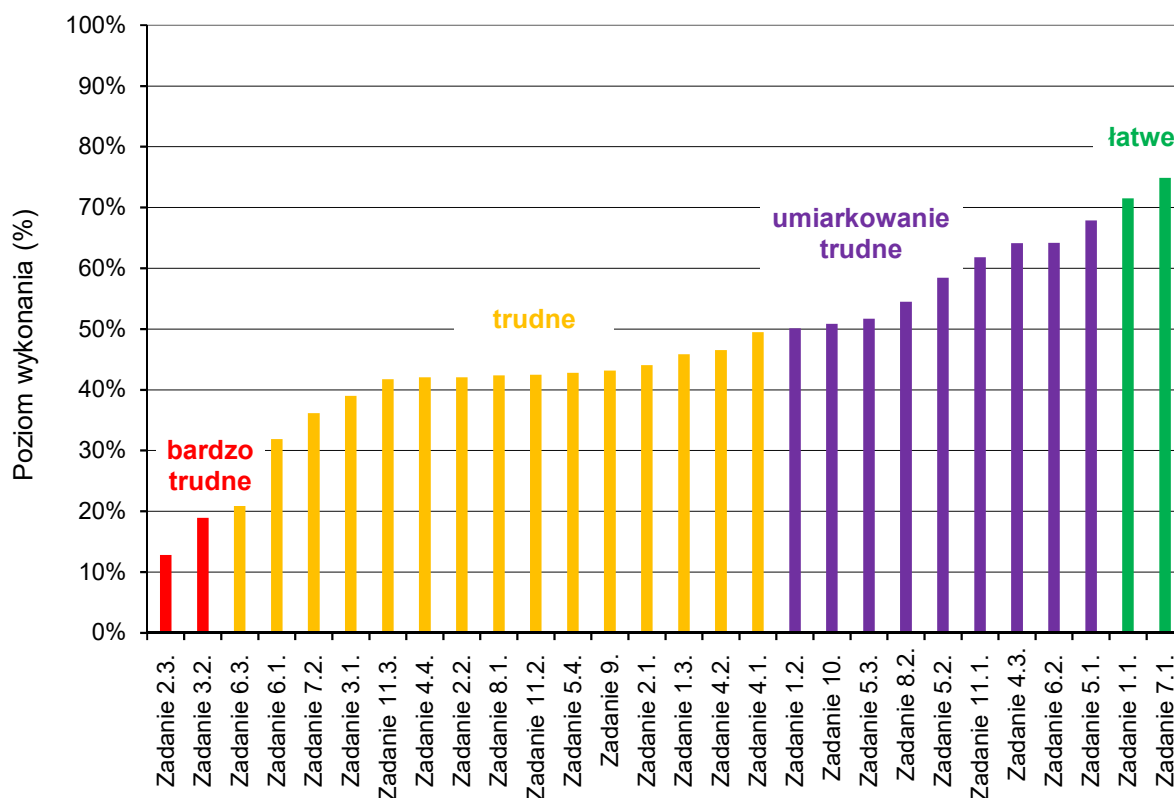
Poniżej określimy rozkład liczby zadań oraz rozkład punktacji na poszczególne poziomy trudności w arkuszu maturalnym z fizyki w roku 2026.

W praktyce i teorii pomiaru dydaktycznego (wg Bolesława Niemierki) przyjmuje się, że:

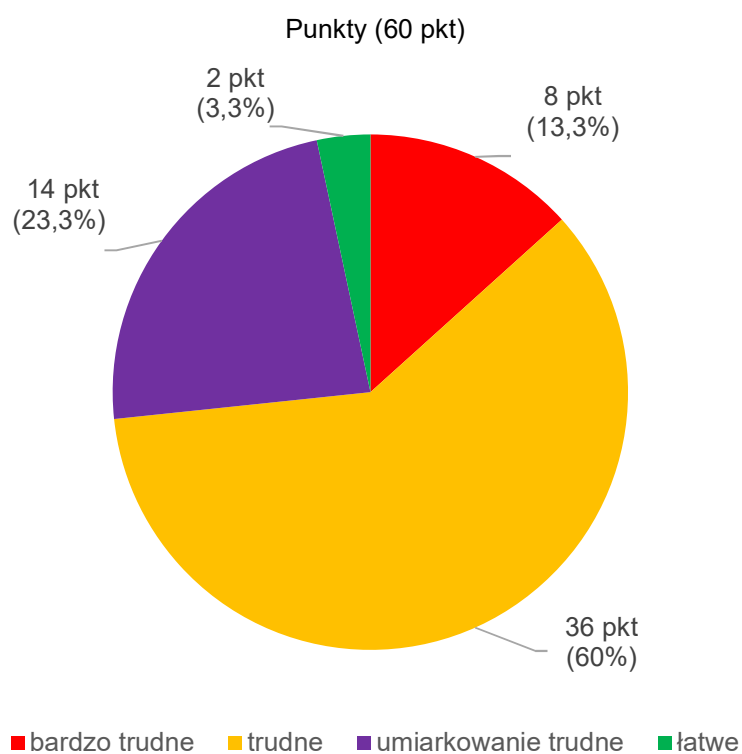
- **Zadania bardzo trudne**, to takie, których poziom wykonania<sup>3</sup> zawiera się w przedziale od 0% do 19%. W arkuszu maturalnym z fizyki były 2 zadania bardzo trudne, za które można było uzyskać łącznie 8 punktów (co stanowi 13,3% punktacji za arkusz).
- **Zadania trudne**, to takie, których poziom wykonania zawiera się w przedziale od 20% do 49%. W arkuszu maturalnym z fizyki było 15 zadań trudnych, za które można było uzyskać łącznie 36 punktów (co stanowi 60% punktacji za arkusz).
- **Zadania umiarkowanie trudne**, to takie, których poziom wykonania zawiera się w przedziale od 50% do 69%. W arkuszu maturalnym z fizyki było 9 zadań umiarkowanie trudnych, za które można było uzyskać łącznie 14 punktów (co stanowi 23,3% punktacji za arkusz).
- **Zadania łatwe**, to takie, których poziom wykonania zawiera się w przedziale od 70% do 89%. W arkuszu maturalnym z fizyki były 2 zadania łatwe, za które można było uzyskać łącznie 2 punkty (co stanowi 3,3% punktacji za arkusz).
- **Zadania bardzo łatwe**, to takie, których poziom wykonania zawiera się w przedziale od 90% do 100%. W arkuszu maturalnym z fizyki nie było zadań bardzo łatwych.

Na wykresie poniżej przedstawiono zadania uszeregowane rosnąco pod względem poziomu wykonania (równoważnie – współczynnika łatwości). Kolorami oznaczono poziomy trudności. Niektóre zadania znalazły się blisko formalnych granic sąsiadujących ze sobą poziomów trudności.

<sup>3</sup> Poziom wykonania zadania lub grupy zadań to parametr, który określamy jako iloraz (wyrażony w procentach) średniego wyniku za dane zadanie (lub grupę zadań) i maksymalnej liczby punktów możliwych do uzyskania za to zadanie (lub grupę zadań). Parametr ten (wyrażony w ułamku dziesiętnym) nazywany jest także współczynnikiem łatwości. W przypadku zadań za 1 pkt poziom wykonania zadania określa procent zdających, którzy poprawnie wykonali zadanie.



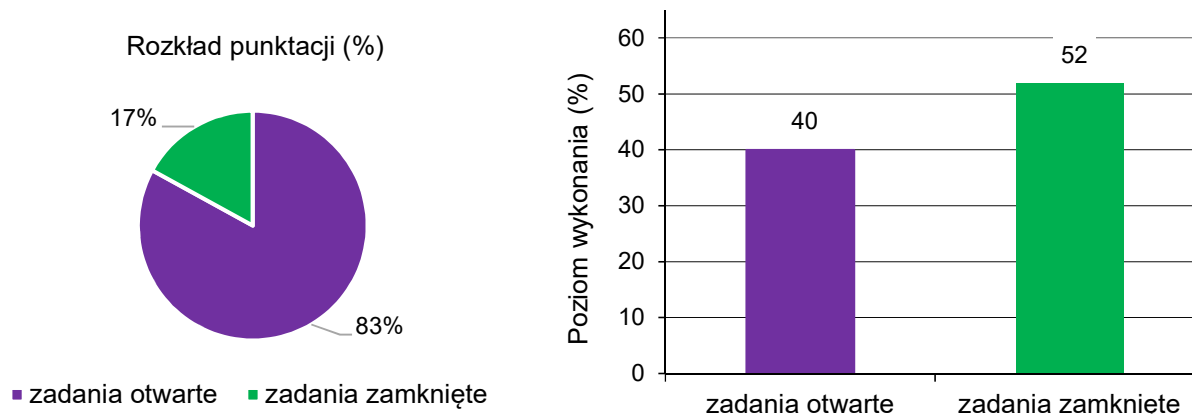
Kolejny wykres w postaci diagramu kołowego przedstawia rozkład punktacji na poszczególne poziomy trudności.



### Zadania otwarte i zamknięte

Arkusz maturalny z fizyki w tym roku zawierał 18 zadań otwartych, za które można było uzyskać w sumie 50 punktów (co stanowi 83% całkowitej punktacji), oraz 10 zadań zamkniętych, za które można było dostać łącznie 10 punktów (co stanowi 17% całkowitej punktacji).

Poziom wykonania grupy zadań otwartych wyniósł w tym roku 40%, a poziom wykonania grupy zadań zamkniętych wyniósł 52%. Poniżej znajdują się diagramy ilustrujące te dane.



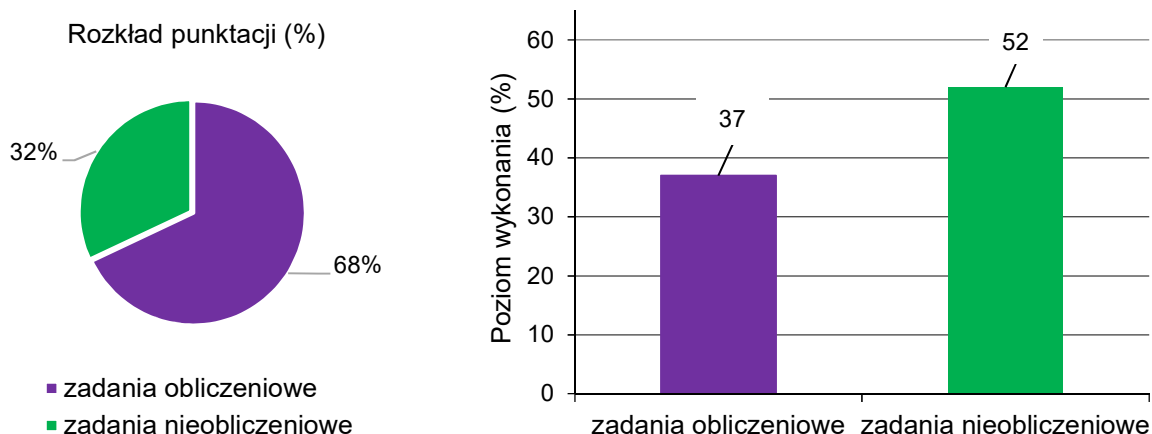
### Zadania obliczeniowe i nieobliczeniowe

Przyjmujemy do naszej analizy, że zadania obliczeniowe to te zadania otwarte (lub w niektórych przypadkach zamknięte), w których zdający – aby uzyskać punkty za rozwiązanie – musiał wykonać obliczenia lub przekształcenia algebraiczne wzorów.

W arkuszu znalazło się 13 zadań obliczeniowych (spośród wszystkich 28 zadań). Można było za nie uzyskać łącznie 41 punktów, co stanowi około 68% maksymalnej liczby punktów możliwych do zdobycia. Zadań, które określimy jako nieobliczeniowe było w arkuszu 15, przy czym można było za nie uzyskać 19 pkt, co stanowi około 32% maksymalnej liczby punktów możliwych do zdobycia.

Poziom wykonania wszystkich zadań obliczeniowych w arkuszu wyniósł około 37%, a poziom wykonania zadań nieobliczeniowych – około 52%. Zadania obliczeniowe – tak jak co roku – okazały się dla zdających zdecydowanie trudniejsze.

Poniżej znajdują się diagramy ilustrujące omówione dane.



### Korelacja wyników poszczególnych zadań z wynikiem za arkusz

Wyniki, jakie osiągnęli zdający za poszczególne zadania (w tym te najtrudniejsze), bardzo dobrze korelowały z wynikami uzyskanymi za cały arkusz. Przekonuje o tym analiza tzw. współczynników korelacji liniowej Pearsona dla poszczególnych zadań.

Współczynnik korelacji liniowej Pearsona może przyjmować wartości od  $-1$  do  $1$  i jest miarą stopnia zależności/powiązania/korelacji liniowej między dwiema zmiennymi losowymi. Dodatnia wartość współczynnika wskazuje, że wraz ze wzrostem wartości jednej zmiennej, rosną również wartości drugiej zmiennej. Natomiast ujemna wartość współczynnika wskazuje na zależność malejącą. Ponadto wartość liczbowa współczynnika korelacji liniowej Pearsona odzwierciedla to, jak silna jest korelacja między dwiema zmiennymi losowymi. Im bliższa jedności jest ta wartość, tym bardziej korelacja jest bliska liniowej (dla współczynnika Pearsona równego  $1$  punkty o współrzędnych będących parą zmiennych losowych leżą na pewnej prostej).

W naszym przypadku parami zmiennych losowych są: wyniki zdających za dane zadanie i odpowiadające im wyniki tychże zdających za cały arkusz. Prawidłowo skonstruowane zadanie powinno mieć zawsze dodatnią wartość współczynnika Pearsona. Ponadto w praktyce pomiaru dydaktycznego dodatnie wartości współczynnika korelacji powyżej  $0,5$  oznaczają bardzo dobre powiązanie wyniku zadania z wynikiem za cały arkusz – tzn. że wzrost wartości wyniku za dane zadanie w populacji zdających silnie wiąże się ze wzrostem wartości wyniku za cały arkusz.

Większość zadań w arkuszu – 19 zadań spośród 28 – osiągnęła współczynnik korelacji liniowej wyższy od  $0,5$  (korelacja dość silna lub silna). Ponadto, w tym aż 11 zadań miało ten współczynnik wyższy lub równy  $0,70$ , co oznacza silną korelację. Tylko 7 zadań miało współczynnik mieszczący się w przedziale  $0,3$ – $0,5$ , co oznacza umiarkowaną korelację, a zaledwie 2 zadania ze współczynnikami  $0,15$  i  $0,20$  słabo korelowały z wynikiem za arkusz.

Dodatnie wartości współczynnika Pearsona dla wszystkich zadań w arkuszu, w tym wartości ponad  $0,5$  dla większości zadań, łącznie z rozkładem zadań na poszczególne poziomy trudności z przewagą zadań trudnych, oznaczają, że arkusz egzaminacyjny był prawidłowo skonstruowany pod względem różnicowania populacji zdających.

## 2. Zadania, z którymi zdający poradzili sobie najslabiej

W tej części *Komentarza* omówimy zadania, z którymi zdający poradzili sobie najslabiej. Przyjmiemy do analizy 7 najtrudniejszych zadań w arkuszu.

Do każdego zadania omawianego w dalszej części komentarza, będziemy podawali trzy parametry: 1) poziom wykonania zadania (nazywany też współczynnikiem łatwości) wyrażony w %; 2) średni wynik wyrażony w ułamku dziesiętnym; 3) współczynnik korelacji liniowej Pearsona wyrażony w ułamku dziesiętnym. Parametry te określone są dla całej populacji zdających egzamin maturalny z fizyki w 2026 roku w terminie głównym (w formule 2023).

Zadania, licząc kolejno od najtrudniejszego, to (w nawiasach obok parametrów statystycznych zapisano jakiej tematyki dotyczy zadanie oraz rodzaj zadania):

1. **Zadanie 2.3.** (13%, 0,51, 0,59, dynamika punktu materialnego, zadanie otwarte)
2. **Zadanie 3.2.** (19%, 0,76, 0,66, mechanika bryły sztywnej, zadanie otwarte)
3. **Zadanie 6.3.** (21%, 0,86, 0,71, termodynamika, zadanie otwarte)
4. **Zadanie 6.1.** (32%, 0,32, 0,15, termodynamika, zadanie zamknięte)
5. **Zadanie 7.2.** (36%, 1,45, 0,83, elektrostatyka, zadanie otwarte)
6. **Zadanie 3.1.** (39%, 0,39, 0,51, mechanika bryły sztywnej, zadanie zamknięte)
7. **Zadanie 11.3.** (42%, 1,67, 0,78, fizyka jądrowa, zadanie otwarte)

W dalszej części *Komentarza* omówimy szczegółowo siedem wymienionych powyżej najtrudniejszych zadań w arkuszu i opiszemy błędy, jakie najczęściej popełniali zdający w swoich rozwiązaniach zadań otwartych.

Przy okazji omówimy pokrótce pozostałe zadania w wiązkach, w których występowały te najtrudniejsze zadania (podobnie zrobimy w sekcji 3. *Zadania, z którymi zdający poradzili sobie najlepiej*). To pozwoli nam spojrzeć z szerszej perspektywy – czy i w jakim stopniu trudność (albo łatwość) zadania zależy od samego zagadnienia, a w jakim od typu i złożoności zadania.

Zdarza się, że w wiązkach z najtrudniejszymi zadaniami występują także zadania najłatwiejsze (np. wiązki zadań: 6.1–6.3., 7.1.–7.2. 11.1.–11.3.) oraz zdarza się, że wszystkie zadania wiązki są trudne i bardzo trudne (np. wiązka zadań 3.1.–3.2.), a także zdarza się, że w wiązce przeważają zadania łatwe lub umiarkowanie trudne (np. wiązka zadań 5.1.–5.4.).

Parametry statystyczne podamy przy zadaniach w zaokrągleniu do trzech cyfr znaczących (różnica w łatwości niektórych zadań ujawnia się w trzeciej cyfrze znaczącej).

**Omówienie wiązki zadań 2.1.–2.3.**

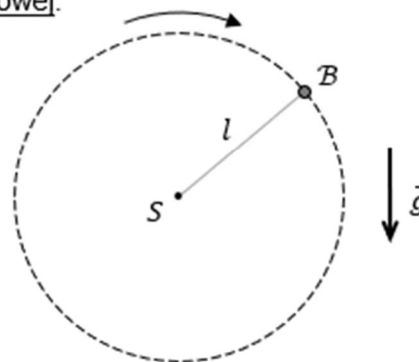
Wiązka **zadań 2.1.–2.3.** dotyczyła zagadnień związanych z dynamiką ruchu po okręgu punktu materialnego. Wstęp do wiązki zadań był następujący:

**Zadanie 2.**

Do jednego z końców nierozciągliwej nici o długości  $l$  zamocowano niewielkie ciało  $B$  o masie  $m$ . Drugi koniec nici jest unieruchomiony w punkcie  $S$ . Następnie ciało  $B$  wprowadzono w ruch po okręgu o środku w punkcie  $S$  w płaszczyźnie pionowej.

Przyjmij model zjawiska, w którym:

- na ciało  $B$  podczas ruchu działają dwie siły:  
 $\vec{F}_g$  – siła grawitacji oraz  $\vec{F}_n$  – siła reakcji nici
- pomijamy wszelkie opory ruchu, masę nici, a ciało  $B$  traktujemy jako punkt materialny
- ciało  $B$  porusza się w inercjalnym układzie odniesienia, w jednorodnym, ziemskim polu grawitacyjnym.



Sytuację ilustruje rysunek powyżej, na którym oznaczono przyspieszenie ziemskie  $\vec{g}$ .

Poniżej omówimy **zadania 2.1.–2.3.** wiązki ze szczegółową analizą błędów popełnianych przez zdających w rozwiązaniu **zadania 2.3.**

**Zadanie 2.1.**

**Poziom wykonania:** 44,1% (zadanie trudne, 14. pod względem trudności w arkuszu)

**Średni wynik:** 0,881 pkt (na 2 pkt)

**Współczynnik korelacji Pearsona:** 0,604 (zadanie dość silnie różnicowało zdających)

Poniżej treść zadania (rysunek do zadania zamieszczono w rozwiązaniu).

**Zadanie 2.1. (0–2)**

Na poniższym rysunku przedstawiono wektory prędkości ciała  $B$  w dwóch różnych chwilach czasu podczas opisanego ruchu tego ciała po okręgu.

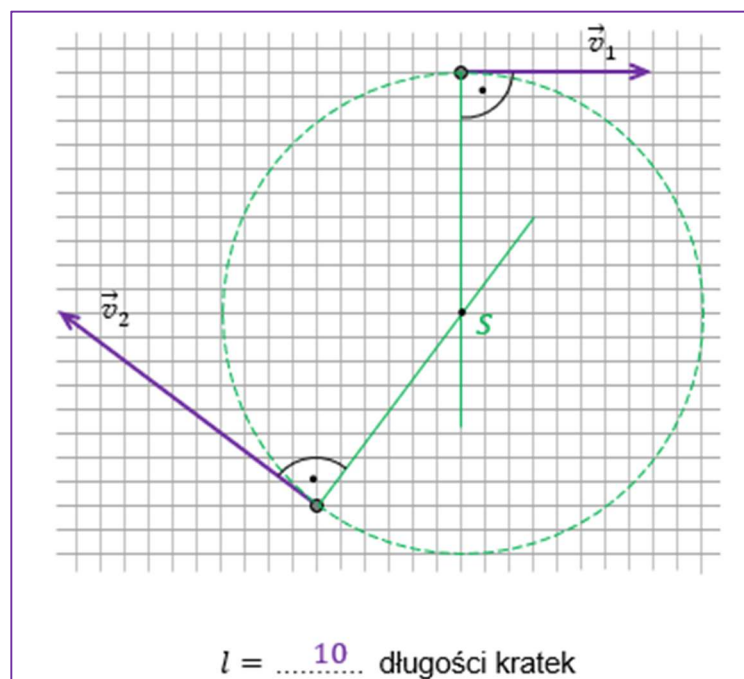
Długość boku kratki odpowiada umownej jednostce odległości.

**Na rysunku powyżej wyznacz konstrukcyjnie środek okręgu, po którym porusza się ciało  $B$ . Podpisz środek tego okręgu jako  $S$ .**

**Zapisz w wykropkowanym miejscu poniżej długość  $l$  promienia tego okręgu. Wyraż tę długość w umownych jednostkach odległości.**

Zadanie sprawdzało umiejętność wykorzystania własności wektora prędkości w ruchu po okręgu do wyznaczenia środka okręgu oraz promienia toru ruchu. Poprawne rozwiązanie wymagało zauważenia, że wektor prędkości jest styczny do toru ruchu, natomiast promień okręgu przechodzący przez punkt położenia ciała jest do niego prostopadły. Następnie należało wyznaczyć środek okręgu jako punkt przecięcia prostych poprowadzonych

prostopadle do obu przedstawionych wektorów prędkości oraz odczytać długość promienia z siatki. Rozwiązanie zadania jest następujące:



Najczęściej popełniane błędy wynikały z nieprawidłowego wykorzystania zależności między kierunkiem wektora prędkości a promieniem okręgu. Analiza prac zdających wykazała, że część zdających błędnie wyznaczała środek okręgu jako środek odcinka łączącego początki obu wektorów prędkości. Oprócz tego, częstą przyczyną błędnych rozwiązań było również niedokładne wyznaczenie prostych prostopadłych do wektorów prędkości, co prowadziło do nieprawidłowego wyznaczenia środka okręgu, a w konsekwencji również promienia okręgu.

### Zadanie 2.2.

**Poziom wykonania:** 42,1% (zadanie trudne, 9. pod względem trudności w arkuszu)

**Średni wynik:** 0,421 pkt (na 1 pkt)

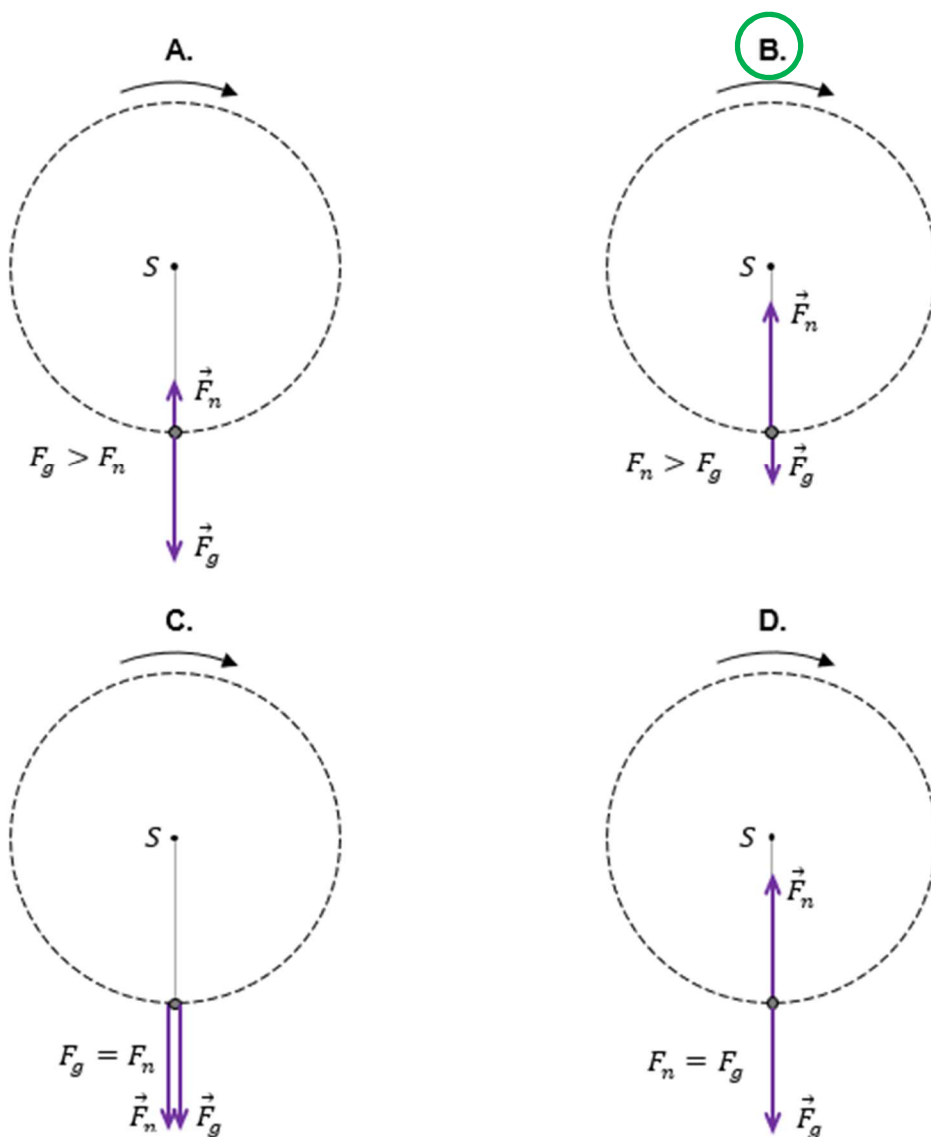
**Współczynnik korelacji Pearsona:** 0,429 (zadanie umiarkowanie różnicowało zdających)

Zadanie sprawdzało umiejętność analizowania sił działających na ciało w ruchu niejednostajnym po okręgu. Kluczowe dla poprawnego rozwiązania było uwzględnienie, że wypadkowa sił działających na ciało – w najwyższym i najniższym położeniu – stanowi siłę dośrodkową skierowaną do środka okręgu. Zatem w najniższym położeniu siła wypadkowa działająca na ciało musi być skierowana pionowo do góry. To oznacza, że siła reakcji nici, która jest skierowana zawsze ku środkowi okręgu (tutaj do góry), ma większą wartość od wartości siły grawitacji (skierowanej w dół).

Poniżej treść zadania i rozwiązanie (zaznaczone na zielono).

## Zadanie 2.2. (0–1)

Na którym rysunku (spośród A–D) prawidłowo przedstawiono siły – grawitacji  $\vec{F}_g$  oraz reakcji nici  $\vec{F}_n$  – działające na ciało  $B$  podczas ruchu po okręgu, gdy przechodzi ono przez najniższe położenie? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.



## Zadanie 2.3.

**Poziom wykonania:** 12,8% (zadanie bardzo trudne, najtrudniejsze w arkuszu)

**Średni wynik:** 0,513 pkt (na 4 pkt)

**Współczynnik korelacji Pearsona:** 0,586 (zadanie dość silnie różnicowało zdających)

Poniżej treść zadania.

**Zadanie 2.3. (0–4)**

Siła  $\vec{F}_n$ , z jaką nici działa na ciało  $B$  podczas jego ruchu po okręgu, zmienia swoją wartość. Największą wartość tej siły oznaczmy jako  $F_{n\ max}$ , a najmniejszą – jako  $F_{n\ min}$ .

Dany jest iloraz największej i najmniejszej wartości prędkości ciała  $B$  podczas jego ruchu po okręgu:

$$\frac{v_{max}}{v_{min}} = \sqrt{3}$$

**Oblicz iloraz  $\frac{F_{n\ max}}{F_{n\ min}}$ . Zapisz obliczenia.**

Zadanie sprawdzało umiejętność budowania modelu matematycznego opisującego ruch ciała po okręgu w płaszczyźnie pionowej z wykorzystaniem II zasady dynamiki oraz zasady zachowania energii mechanicznej. Poprawne rozwiązanie zadania wymagało:

- (1) zapisania równań dynamiki dla najwyższego i najniższego położenia ciała, z uwzględnieniem zwrotów siły grawitacji i siły reakcji nici względem kierunku i zwrotu przyspieszenia dośrodkowego
- (2) zapisania równania wynikającego z zasady zachowania energii mechanicznej dla najwyższego i najniższego położenia ciała
- (3) wykorzystania warunku zadania
- (4) wykonania szeregu przekształceń algebraicznych prowadzących do wyznaczenia szukanego ilorazu.

Pełne rozwiązanie zadania przedstawione jest w [Zasadach oceniania rozwiązań zadań](#) na stronie 14. Poniżej podajemy skrócone rozwiązanie zadania, z pominięciem pośrednich etapów, przekształceń i komentarzy:

$$\begin{cases} m \frac{v_{max}^2}{l} = F_{n\ max} - mg \\ m \frac{v_{min}^2}{l} = F_{n\ min} + mg \end{cases} \quad \text{oraz} \quad \begin{cases} \frac{mv_{max}^2}{2} = \frac{mv_{min}^2}{2} + mg2l \\ \frac{v_{max}}{v_{min}} = \sqrt{3} \end{cases} \quad \rightarrow \quad \frac{F_{n\ max}}{F_{n\ min}} = 7$$

Zasadniczą trudnością dla zdających było poprawne zapisanie równań II zasady dynamiki dla najwyższego i najniższego położenia z poprawnym uwzględnieniem znaków przy wartościach siły naciągu nici oraz siły grawitacji w wyrażeniach opisujących siłę wypadkową (dla każdego położenia). Częstym błędem było nieprawidłowe uwzględnienie zwrotów (poprzez znaki +/-) siły grawitacji i siły reakcji nici podczas zapisywania równań II zasady dynamiki dla najwyższego lub najniższego położenia ciała.

Kolejną przyczyną nieuzyskania poprawnego rozwiązania było pominięcie zasady zachowania energii mechanicznej lub jej nieprawidłowe zastosowanie podczas wyznaczania zależności między największą i najmniejszą wartością prędkości ciała.

Część zdających nie uzyskała poprawnego wyniku końcowego pomimo poprawnego zapisania równań II zasady dynamiki oraz równania wynikającego z zasady zachowania energii mechanicznej. Przyczyną były błędy rachunkowe i algebraiczne popełniane podczas wykonywania kolejnych przekształceń.

Poniżej przykłady rozwiązań zawierających opisane powyżej błędy.

### Przykład 1 – rozwiązania zdających

Zdający zapisuje równania wynikające z II zasady dynamiki, przy czym popełnia szereg błędów rzeczowych w określeniu siły wypadkowej (**zapisy w czerwonej ramce**):

1) maksymalną wartość siły napięcia nici błędnie wiąże z górnym położeniem ciała, gdzie prędkość jest minimalna, 2) minimalną wartość siły napięcia nici błędnie wiąże z dolnym położeniem ciała, gdzie prędkość jest maksymalna. Abstrahując od powyżej opisanego błędu, zdający popełnia kolejny błąd, tym razem w określeniu zwrotu (poprzez znak) siły napięcia nici i siły grawitacji względem przyspieszenia dośrodkowego w obu położeniach: 3) w położeniu najwyższym błędnie określa zwrot siły grawitacji względem przyspieszenia dośrodkowego, 4) w położeniu najniższym błędnie określa zwrot siły grawitacji i siły napięcia nici względem przyspieszenia dośrodkowego

Niezależnie od powyższych błędów zdający pomija zasadę zachowania energii mechanicznej.

Handwritten solution on grid paper:

$$\frac{V_{MAX}}{V_{MIN}} = \sqrt{3} \Rightarrow V_{MAX} = \sqrt{3} V_{MIN}$$

*Handwritten notes:* "najmniejsza prędkość jest w najwyższym punkcie" (pointing to  $V_{MIN}$ ) and "największa prędkość jest w najniższym punkcie" (pointing to  $V_{MAX}$ ).

$$\begin{cases} \bar{F}_{dp} = \bar{F}_g - \bar{F}_{n MIN} \\ \bar{F}_{dp} = \bar{F}_{n MAX} - \bar{F}_g \end{cases} \quad \begin{cases} \bar{F}_d = \bar{F}_g - \bar{F}_{n MAX} \\ \bar{F}_d = \bar{F}_{n MAX} - \bar{F}_g \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{F}_g \neq \bar{F}_{n MIN} = \bar{F}_{n MAX} - \bar{F}_g \\ \bar{F}_g \neq \bar{F}_{n MIN} = \bar{F}_{n MAX} - \bar{F}_g \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{m V_{MAX}^2}{L} = m g - \bar{F}_{n MIN} \\ \frac{m V_{MIN}^2}{L} = \bar{F}_{n MAX} - m g \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{F}_{n MIN} = m g - \frac{m V_{MAX}^2}{L} \\ \bar{F}_{n MAX} = \frac{m V_{MIN}^2}{L} + m g \end{cases} \quad \begin{cases} \bar{F}_{n MIN} = m \left( g - \frac{V_{MAX}^2}{L} \right) \\ \bar{F}_{n MAX} = m \left( \frac{V_{MIN}^2}{L} + g \right) \end{cases}$$

$$\frac{\bar{F}_{n MAX}}{\bar{F}_{n MIN}} = \frac{g - \frac{V_{MAX}^2}{L}}{\frac{V_{MIN}^2}{L} + g}$$

$$\frac{\bar{F}_{n MAX}}{\bar{F}_{n MIN}} = \frac{g - \frac{3 V_{MIN}^2}{L}}{\frac{V_{MIN}^2}{L} + g} = \frac{\frac{g L - 3 V_{MIN}^2}{L}}{\frac{V_{MIN}^2 + g L}{L}} = \frac{g L - 3 V_{MIN}^2}{V_{MIN}^2 + g L}$$

## Przykład 2 – rozwiązania zdających

Zdający poprawnie buduje model matematyczny zadania. Prawidłowo zapisuje i wykorzystuje równanie wynikające z zasady zachowania energii mechanicznej oraz równania II zasady dynamiki. Dopiero na etapie końcowych przekształceń algebraicznych popełnia błąd rachunkowy (**zapisy w czerwonej ramce**), który prowadzi do uzyskania niepoprawnego wyniku końcowego.

$$\begin{aligned}
 \frac{m v_{\min}^2}{2} + m g y &= \frac{m v_{\max}^2}{2} & m v_{\min}^2 + 4 m g y &= m v_{\max}^2 \\
 v_{\min}^2 + 4 g y &= v_{\max}^2 & g y &= \frac{v_{\max}^2 - v_{\min}^2}{4} \\
 \text{np. } F &= \frac{m v^2}{r} & \frac{m v_{\max}^2}{r} &= F_{\max} - F_g & \frac{m v_{\min}^2}{r} &= F_{\min} + F_g \\
 \frac{F_{\max}}{F_{\min}} &= \frac{\frac{m v_{\max}^2}{r} + m g}{\frac{m v_{\min}^2}{r} - m g} = \frac{v_{\max}^2 + 2 g y}{v_{\min}^2 - 2 g y} = \\
 &= \frac{v_{\max}^2 + 2 g y}{v_{\min}^2 - 2 g y} = \frac{v_{\max}^2 + \frac{v_{\max}^2 - v_{\min}^2}{2}}{v_{\min}^2 - \frac{v_{\max}^2 - v_{\min}^2}{2}} = \\
 &= \frac{5 v_{\max}^2 - v_{\min}^2}{3 v_{\max}^2 + v_{\min}^2} & v_{\max} &= \sqrt{3} v_{\min} & v_{\max}^2 &= 3 v_{\min}^2 \\
 &= \frac{5 \cdot 3 v_{\min}^2 - v_{\min}^2}{3 \cdot 3 v_{\min}^2 + v_{\min}^2} = \frac{14 v_{\min}^2}{10 v_{\min}^2} = \\
 &= \frac{7}{5}
 \end{aligned}$$

**Omówienie wiązki zadań 3.1–3.2.**

Wiązka **zadań 3.1–3.2.** dotyczyła zagadnień związanych z mechaniką bryły sztywnej. Wstęp do wiązki zadań był następujący:

**Zadanie 3.**

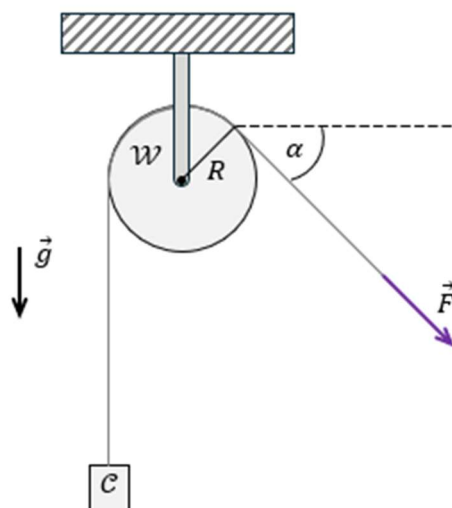
Bloczek  $\mathcal{W}$ , który jest jednorodnym walcem, podwieszono do sufitu. Przez ten bloczek przerzucono linę. Do jednego końca liny przymocowano ciężarek  $\mathcal{C}$ , a do drugiego końca liny przyłożono zewnętrzną siłę  $\vec{F}$ . Siła  $\vec{F}$  oraz drugi koniec liny są skierowane pod kątem  $\alpha$  do poziomu (zobacz rysunek obok).

Przyjmij model zjawiska, w którym:

- masę walca (bloczka  $\mathcal{W}$ ) oznaczmy jako  $m_w$
- promień walca (bloczka  $\mathcal{W}$ ) oznaczmy jako  $R$
- masę ciężarka oznaczmy jako  $m_c$
- moment bezwładności walca (bloczka  $\mathcal{W}$ ) względem jego osi wyraża się wzorem:

$$I_0 = \frac{1}{2} m_w R^2$$

- lina jest nierozciągliwa i nie ślizga się po bloczku
- masę liny pomijamy
- bloczek może obracać się wokół swojej osi bez tarcia
- ruch układu rozpatrujemy w inercjalnym układzie odniesienia, w jednorodnym, ziemskim polu grawitacyjnym. Przyspieszenie ziemskie oznaczmy jako  $\vec{g}$ .

**Zadanie 3.1.**

**Poziom wykonania:** 39,0% (zadanie trudne, 6. pod względem trudności w arkuszu)

**Średni wynik:** 0,390 pkt (na 1 pkt)

**Współczynnik korelacji Pearsona:** 0,508 (zadanie dość silnie różnicowało zdających)

Poniżej treść zadania i rozwiązanie (zaznaczone na zielono).

**Zadanie 3.1. (0–1)**

Rozważamy taką sytuację 1., w której ciężarek oraz bloczek się nie poruszają.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Wartość  $F$  siły  $\vec{F}$  w opisanej sytuacji 1. wyraża się wzorem

- A.**  $F = m_c g$       **B.**  $F = (m_c + m_w) g$       **C.**  $F = m_c g \cdot \cos \alpha$       **D.**  $F = m_c g \cdot \sin \alpha$

Zadanie sprawdzało umiejętność zastosowania warunków równowagi bryły sztywnej i punktu materialnego. Kluczowe dla poprawnego rozwiązania było wykorzystanie warunku równowagi momentów sił działających na bloczek, z którego wynika, że wartość siły napięcia liny po obu stronach bloczka jest jednakowa, oraz jest równa wartości  $F$  siły  $\vec{F}$ . Następnie, z warunku równowagi dla ciężarka wynika, że siła napięcia nici równoważy siłę ciężkości ciężarka. Po zestawieniu z poprzednim wnioskiem stwierdzamy, że  $F = m_c g$  (odpowiedź A).

Zdający, którzy wybierali błędną odpowiedź, najczęściej zaznaczali D albo C. To świadczy o nieznanym pojęciu momentu siły oraz warunku równowagi sił. Moment siły  $\vec{F}$  w przedstawionym przykładzie nie zależy od kąta  $\alpha$ .

### Zadanie 3.2.

**Poziom wykonania:** 19,0% (zadanie bardzo trudne, 2. pod względem trudności w arkuszu)

**Średni wynik:** 0,758 pkt (na 4 pkt)

**Współczynnik korelacji Pearsona:** 0,662 (zadanie dość silnie różnicowało zdających)

#### Zadanie 3.2. (0–4)

Rozważamy taką sytuację 2., w której bleczek się obraca, a ciężarek porusza się pionowo w dół z przyspieszeniem  $\vec{a}$  (skierowanym w dół) o wartości:

$$a = \frac{1}{2}g$$

**Wyznacz  $F$  – wartość siły  $\vec{F}$  w opisanej sytuacji 2. – w zależności tylko od wartości przyspieszenia ziemskiego  $g$  oraz od masy ciężarka  $m_c$  i masy walca  $m_w$ .**

**Zapisz odpowiednie równania i przekształcenia oraz podaj postać wzoru na  $F$ .**

Zadanie sprawdzało umiejętność budowania modelu matematycznego opisującego jednocześnie ruch postępowy ciężarka i ruch obrotowy blecza. Zadanie można było rozwiązać na kilka sposobów (zobacz [Zasady oceniania rozwiązań zadań](#), strony 18.–20.). Najczęściej wybieranym przez zdających sposobem rozwiązania było zastosowanie II zasady dynamiki do ruchu postępowego ciężarka i ruchu obrotowego blecza. Część zdających wykorzystywała również związek między pracą a zmianą energii mechanicznej układu lub metodę chwilowej osi obrotu blecza.

Poniżej przedstawiamy omówienie rozwiązania z wykorzystaniem II zasady dynamiki.

Poprawne rozwiązanie zadania tą metodą wymagało:

- (1) zapisania równań wynikających z II zasady dynamiki dla ruchu postępowego ciężarka  $C$  oraz dla ruchu obrotowego blecza  $W$
- (2) poprawnego określenia wartości siły wypadkowej działającej na ciężarek oraz wartości wypadkowego momentu sił działających na bleczek (względem osi blecza)
- (3) uwzględnienia związku między przyspieszeniem liniowym ciężarka a przyspieszeniem kątowym blecza oraz wzoru na moment bezwładności walca
- (4) wykorzystania podanego w treści zadania warunku:  $a = \frac{1}{2}g$
- (5) wykonania szeregu przekształceń algebraicznych prowadzących do wyznaczenia wartości  $F$  siły  $\vec{F}$ .

Poniżej przedstawiamy skrócone rozwiązanie z wykorzystaniem II zasady dynamiki, z pominięciem pośrednich etapów przekształceń:

$$\left( \begin{cases} m_c a = m_c g - F_n \\ I_0 \epsilon = R F_n - R F \end{cases} \text{ oraz } a = \epsilon R \text{ oraz } I_0 = \frac{1}{2} m_w R^2 \text{ oraz } a = \frac{1}{2} g \right) \rightarrow$$

$$F = \frac{1}{2} g \left( m_c - \frac{1}{2} m_w \right)$$

Inny sposób rozwiązania zadania opierał się na zastosowaniu związku między pracą a zmianą energii mechanicznej układu albo na wykorzystaniu układu zastępczego i chwilowej osi obrotu. Poniżej rozwiązania tymi metodami (w skrócie):

$$\left( \begin{array}{l} -m_c g h + \frac{1}{2} m_c v^2 + \frac{1}{2} \cdot I_0 \omega^2 = -F h \quad \text{oraz} \quad I_0 = \frac{1}{2} m_w R^2 \quad \text{oraz} \quad v = \omega R \quad \text{oraz} \quad a = \frac{1}{2} g \\ v^2 = 2 a h \end{array} \right)$$

$$\rightarrow F = \frac{1}{2} g \left( m_c - \frac{1}{2} m_w \right)$$

albo (metoda układu zastępczego i chwilowej osi obrotu)

$$\left( (I_0 + I_c) \epsilon = F_g R - F R \quad \text{oraz} \quad a = \epsilon R \quad \text{oraz} \quad I_0 = \frac{1}{2} m_w R^2 \quad \text{oraz} \quad I_c = m_w R^2 \quad \text{oraz} \quad a = \frac{1}{2} g \right)$$

$$\rightarrow F = \frac{1}{2} g \left( m_c - \frac{1}{2} m_w \right)$$

Zasadniczą trudnością dla zdających rozwiązujących zadanie metodą dynamiczną było jednocześnie uwzględnienie równań II zasady dynamiki dla ruchu postępowego ciężarka i ruchu obrotowego błočka oraz poprawne określenie wartości siły wypadkowej działającej na ciężarek i wartości wypadkowego momentu sił działających na błoček.

Część zdających zapisywała równania II zasady dynamiki wyłącznie dla ciężarka lub wyłącznie dla błočka. Trudność sprawiało również wykorzystanie związku między przyspieszeniem liniowym ciężarka a przyspieszeniem kątowym błočka oraz poprawne zastosowanie wzoru na moment bezwładności walca.

Niektórzy zdający rozwiązywali zadanie metodą energetyczną albo z wykorzystaniem chwilowej osi obrotu. Rozwiązania wykorzystujące związek między pracą a zmianą energii mechanicznej układu często kończyły się na etapie zapisania tego związku, bez powiązania go z zależnością między drogą, prędkością i przyspieszeniem ciężarka. Ponadto trudność sprawiało poprawne zapisanie związku między zmianą energii mechanicznej układu a pracą siły  $\vec{F}$ . Zdający często błędnie określali znak pracy tej siły, nie uwzględniając, że praca siły  $\vec{F}$  jest ujemna, ponieważ siła  $\vec{F}$  działa przeciwnie do zwrotu ruchu ciężarka (a więc zmiana energii mechanicznej układu również jest ujemna). Zdarzały się też błędy znaków przy zapisie zmiany energii mechanicznej (zmiana jest różnicą wartości końcowej i początkowej, a nie np. sumą lub różnicą odwrotną).

Poniżej przykłady rozwiązań zawierających niektóre z opisanych powyżej błędów.

## Przykład 3 – rozwiązania zdających

Zdający stosuje II zasadę dynamiki dla ruchu postępowego ciężarka i ruchu obrotowego klocka, jednak nieprawidłowo zapisuje oba równania (**zapisy w czerwonych ramkach**). Niepoprawnie określa wartość siły wypadkowej działającej na ciężarek (wg oznaczeń zdającego powinno być  $m_c g - N$  a nie  $m_c g - F$ ) oraz wartość wypadkowego momentu sił działających na bloczek (wg oznaczeń zdającego powinno być  $RN - RF$  a nie  $NR$ ). Błędy te wynikają z nieprawidłowego powiązania sił działających na ciężarek z siłami powodującymi obrót boczka (**zapis w pierwszej czerwonej ramce**).

Niezależnie od tego oznaczenie sił na rysunku jest błędne – siły napięcia nici po obu stronach boczka powinny mieć różne wartości (po prawej stronie  $F$ ), a tymczasem zdający oznacza te siły tym samym symbolem.

Diagram showing a pulley system with a block of mass  $m_c$  and a string. The forces acting on the block are  $\vec{N}$  (normal force) and  $\vec{F}_g = m_c g$  (gravitational force). The forces acting on the pulley are  $\vec{N}$  and  $\vec{F}$  (applied force).

Equations written by the student:

- Red box:**  $m_c g - F = m_c a$
- Yellow box:**  $\vec{N} = \vec{F}_g - \vec{F}$
- Yellow box:**  $\vec{F}_g - \vec{N} = m_c a$
- Green box:**  $I \varepsilon = M$
- Red box:**  $\frac{1}{2} m_c \omega R^2 \cdot \varepsilon = M$
- Red box:**  $\frac{1}{2} m_c \omega R^2 \cdot \frac{a}{R} = (F_g - F) R$
- Red box:**  $F = m_c g - m_c \frac{1}{2} g$
- Red box:**  $\frac{1}{2} m_c \omega \frac{1}{2} g = m_c g - F$
- Equations:**
  - $\vec{F}_g - \vec{N} = m_c a$
  - $\vec{N} = \vec{F}_g - \vec{F}$
  - $\vec{F}_g - \vec{N} + \vec{N} = \vec{N} + \vec{N} - \vec{F} = m_c a$
  - $\vec{F}_g - \vec{F} = m_c a$
  - $I \varepsilon = M$
  - $a = \varepsilon R$



## Przykład 5 – rozwiązania zdających

Zdający rozwiązuje zadanie metodą energetyczną, wykorzystując związek między pracą siły niepotencjalnej a zmianą energii mechanicznej układu. Poprawnie uwzględnia zmianę energii kinetycznej ciężarka i energii kinetycznej obrotu bloczka oraz wykorzystuje zależności między drogą, prędkością i przyspieszeniem.

Błąd zdającego wynika z nieprawidłowego określenia znaków pracy siły  $\vec{F}$  oraz zmiany energii potencjalnej ciężarka w równaniu opisującym związek między pracą siły niepotencjalnej a zmianą energii mechanicznej układu (**zapisy w czerwonych ramkach**).

Zdający przyjmuje, że praca siły  $\vec{F}$  oraz zmiana energii potencjalnej ciężarka mają dodatni znak, podczas gdy obie wielkości są ujemne – siła  $\vec{F}$  działa przeciwnie do zwrotu ruchu ciężarka, a ciężarek obniża swoje położenie. W konsekwencji nieprawidłowo wyznacza wartość  $F$  siły  $\vec{F}$  i otrzymuje błędny wynik końcowy.

$W = \Delta E$

$F \cdot S = m_c \cdot S \cdot g + \frac{m_c \cdot v^2}{2} + \frac{I_0 \omega^2}{2}$

$S = \frac{at^2}{2}$        $v = a \cdot t$        $v = a^2 + 2$

$F \cdot \frac{at^2}{2} = m_c \cdot \frac{at^2}{2} \cdot g + \frac{m_c \cdot a^2 \cdot t^2}{2} + \frac{\frac{1}{2} m_\omega B^2 \cdot \frac{v^2}{B^2}}{2}$

$F \cdot \frac{at^2}{2} = m_c \cdot \frac{at^2}{2} \cdot g + \frac{m_c \cdot a^2 \cdot t^2}{2} + \frac{m_\omega \cdot a^2 \cdot t^2}{4}$

$2F_a = m_c \cdot 2ag + 2m_c a^2 + m_\omega a^2$

$2F = 2m_c g + 2m_c a + m_\omega a$        $a = \frac{1}{2}g$

$2F = 2m_c g + 2m_c \cdot \frac{1}{2}g + m_\omega \cdot \frac{1}{2}g$

$2F = 3m_c g + \frac{1}{2}m_\omega g$

$F = \frac{3}{2}m_c g + \frac{1}{4}m_\omega g$

$F = g\left(\frac{3}{2}m_c + \frac{1}{4}m_\omega\right)$

*S - wysokość na jaką podniesiono ciężarek w danym momencie*

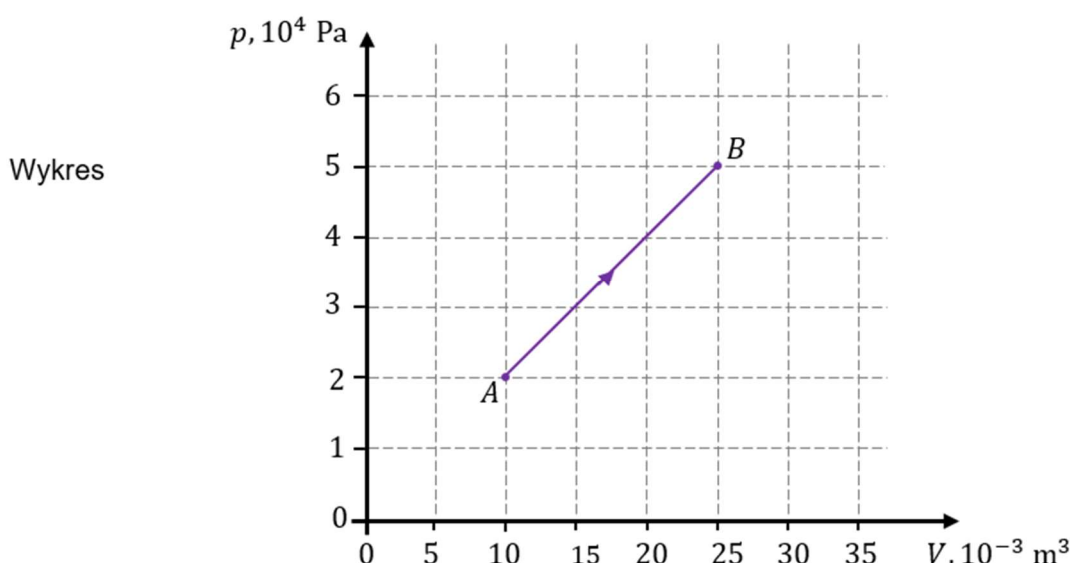
**Omówienie wiązki zadań 6.1–6.3.**

Wiązka **zadań 6.1–6.3.** dotyczyła zagadnień związanych z przemianami termodynamicznymi gazu doskonałego. Wstęp do wiązki zadań był następujący:

**Zadanie 6.**

Na poniższym wykresie przedstawiono zależność ciśnienia  $p$  od objętości  $V$  dla pewnej przemiany termodynamicznej  $A \rightarrow B$  ustalonej masy gazu doskonałego. Przyjmij, że:

- ciepło molowe tego gazu przy stałej objętości wynosi  $C_V = \frac{3}{2}R$ , gdzie  $R$  jest stałą gazową
- stany  $A$  i  $B$  gazu znajdują się w punktach kratowych siatki wykresu
- $AB$  jest odcinkiem prostym.



Poniżej omówimy **zadania 6.1 i 6.3.** wiązki, ze szczegółową analizą błędów popełnianych przez zdających w rozwiązaniu **zadania 6.3.**

**Zadanie 6.1.**

**Poziom wykonania:** 31,9% (zadanie trudne, 4. pod względem trudności w arkuszu)

**Średni wynik:** 0,319 pkt (na 1 pkt)

**Współczynnik korelacji Pearsona:** 0,155 (zadanie słabo różnicowało zdających)

Poniżej treść zadania wraz z zaznaczonym (na zielono) poprawnymi odpowiedziami.

**Zadanie 6.1. (0–1)**

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz **P**, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo **F** – jeśli jest fałszywe.

|                                                                                                                                     |                                    |                         |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|-------------------------|
| W przemianie $A \rightarrow B$ temperatura bezwzględna $T$ gazu zmienia się wprost proporcjonalnie do kwadratu objętości tego gazu. | <input checked="" type="radio"/> P | <input type="radio"/> F |
| W przemianie $A \rightarrow B$ średnia wartość prędkości cząsteczek gazu wzrasta.                                                   | <input checked="" type="radio"/> P | <input type="radio"/> F |

Zadanie sprawdzało umiejętność analizy wykresu zależności  $p(V)$  dla przemiany termodynamicznej  $A \rightarrow B$  ustalonej masy gazu doskonałego oraz wykorzystania równania Clapeyrona do określenia zależności między temperaturą bezwzględną, ciśnieniem i objętością gazu. Dodatkowo sprawdzało znajomość związku między temperaturą bezwzględną gazu a średnią wartością prędkości jego cząsteczek.

Zdający najczęściej mylili się w ocenie pierwszego stwierdzenia. Poprawna ocena tego stwierdzenia wymagała wykorzystania równania Clapeyrona, z którego wynika, że  $T \propto pV$ , oraz rozpoznania na podstawie wykresu, że podczas przemiany  $A \rightarrow B$  ciśnienie jest wprost proporcjonalne do objętości, czyli  $p \propto V$ . Z obu tych proporcji wynika, że temperatura zmienia się wprost proporcjonalnie do kwadratu objętości:  $T \propto pV$  oraz  $p \propto V \Rightarrow T \propto V^2$ . Trudnością w tym zadaniu była interpretacja zależności  $p \propto V$  przedstawionej na wykresie oraz wykorzystanie jej w równaniu Clapeyrona. W tym sensie zadanie zamknięte było złożone, wymagało połączenia zależności matematycznych i fizycznych.

Poprawna ocena drugiego stwierdzenia wymagała znajomości związku między temperaturą bezwzględną gazu, średnią energią kinetyczną oraz średnią wartością prędkości cząsteczek gazu. Ponieważ średnia energia kinetyczna cząsteczek gazu jest wprost proporcjonalna do temperatury bezwzględnej, wzrost temperatury podczas przemiany  $A \rightarrow B$  oznacza wzrost średniej energii kinetycznej cząsteczek, a tym samym wzrost średniej wartości ich prędkości.

**Zadanie 6.2.** z tej wiązki uzyskało stosunkowo wysoki poziom wykonania 64,2%. Dlatego to zadanie zostanie omówione w dalszej części niniejszego opracowania – w sekcji 3. *Zadania, z którymi zdający poradzili sobie najlepiej.*

### Zadanie 6.3.

**Poziom wykonania:** 21,5% (zadanie trudne, 3. pod względem trudności w arkuszu)

**Średni wynik:** 0,859 pkt (na 4 pkt)

**Współczynnik korelacji Pearsona:** 0,715 (zadanie silnie różnicowało zdających)

#### Zadanie 6.3. (0–4)

Oblicz  $Q_{AB}$  – ciepło pobrane przez gaz w opisanej przemianie  $A \rightarrow B$ .  
Zapisz obliczenia.

*Wskazówka: Skorzystaj z Wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych na egzamin maturalny z biologii, chemii i fizyki.*

Zadanie sprawdzało umiejętność budowania modelu fizycznego opisującego zachowanie gazu doskonałego podczas przemiany termodynamicznej  $A \rightarrow B$  zilustrowanej na wykresie. Zadanie to można było rozwiązać na kilka sposobów (zobacz [Zasady oceniania rozwiązań zadań](#), strony 36.– 38: [Sposób 1.](#), [Sposób 2A.](#), [Sposób 2B.](#), oraz [Inne podobne sposoby](#)). Zdający najczęściej wybierali [Sposób 1.](#) rozwiązania, polegający na wykorzystaniu I zasady termodynamiki dla przemiany  $A \rightarrow B$ .

Poprawne rozwiązanie zadania [Sposobem 1.](#) wymagało:

- (1) zapisania I zasady termodynamiki dla przemiany  $A \rightarrow B$ , z uwzględnieniem przyjętej konwencji znaków dla  $Q_{AB}$  ciepła pobranego przez gaz i pracy  $W_{AB}$  wykonanej przez siłę parcia gazu (nazywanej pracą wykonaną przez gaz). W rozwiązaniu [Sposobem 1.](#)

- przyjęto, że energia pobierana przez gaz (w postaci ciepła lub pracy) ma znak dodatni, natomiast energia oddawana przez gaz (w postaci ciepła lub pracy) ma znak ujemny
- (2) wyznaczenia zmiany energii wewnętrznej gazu  $\Delta U_{AB}$  z wykorzystaniem związku między energią wewnętrzną a temperaturą wraz z określeniem przyrostu temperatury  $\Delta T_{AB}$  na podstawie równań Clapeyrona dla stanów  $A$  i  $B$
  - (3) wyznaczenia pracy  $W_{AB}$  wykonanej przez gaz jako pola pod wykresem zależności  $p(V)$
  - (4) obliczenia ciepła pobranego przez gaz na podstawie wyznaczonych  $\Delta U_{AB}$ ,  $W_{AB}$  i pierwszej zasady termodynamiki.

Poniżej podajemy skrócone rozwiązanie zadania, z pominięciem pośrednich etapów, przekształceń i komentarzy:

$$\begin{cases} \Delta U_{AB} = |Q_{AB}| - |W_{AB}| \\ \Delta U_{AB} = n \frac{3}{2} R \Delta T_{AB} \quad \text{oraz} \quad n R \Delta T_{AB} = p_B V_B - p_A V_A \\ |W_{AB}| = \frac{1}{2} (p_A + p_B) (V_B - V_A) \end{cases} \rightarrow$$

$$|Q_{AB}| = \frac{3}{2} (p_B V_B - p_A V_A) + \frac{1}{2} (p_A + p_B) (V_B - V_A) = 2 \, 100 \, \text{J}$$

Zdający, którzy wybrali [Sposób 1.](#) rozwiązania, popełniali różnego rodzaju błędy. Najczęstszym z nich było niekonsekwentne stosowanie konwencji znaków przy zapisie I zasady termodynamiki. Trudności sprawiało również wyznaczenie zmiany energii wewnętrznej gazu – zdający błędnie wyznaczali zmianę temperatury lub niewłaściwie wykorzystywali równanie Clapeyrona i związek między energią wewnętrzną a temperaturą. W wielu przypadkach zdający do wyznaczenia ciepła pobranego przez gaz w przemianie  $A \rightarrow B$  stosowali nieuzasadniony w tym przypadku wzór  $Q = n C_V \Delta T$ . Ten wzór jest właściwy tylko dla przemiany izochorycznej (w której praca gazu jest zerowa, dlatego zmiana energii wewnętrznej jest równa wymienionemu przez gaz ciepłu) i nie można go stosować dla przemiany  $A \rightarrow B$ , w której gaz wykonuje pracę. To często spotykany błąd.

Zdający popełniali także błędy przy wyznaczaniu pracy wykonanej przez gaz. Niektórzy z nich błędnie obliczali pole figury pod wykresem przemiany (np. traktując je jako pole prostokąta zamiast trapezu) lub nie uwzględniali czynników  $10^4$  i  $10^{-3}$  podanych na osiach wykresu. Omówione powyżej błędy popełnione na różnych etapach rozwiązania prowadziły w konsekwencji do niepoprawnego wyznaczenia ciepła pobranego przez gaz.

Pozostałe sposoby ([Sposób 2A.](#) i [Sposób 2B.](#)) rozwiązania zadania polegały na analizie zamkniętego cyklu termodynamicznego zawierającego przemianę  $A \rightarrow B$  i jakiś stan  $C$  poza tą przemianą. Stan  $C$  można było wybrać dowolnie, ale najwygodniejszym rachunkowo był wybór takiego stanu  $C$ , aby pozostałe przemiany były: izochoryczna i izobaryczna. Takie sposoby rozwiązania wykorzystywały I zasadę termodynamiki dla całego cyklu oraz fakt, że zmiana energii wewnętrznej gazu w całym cyklu jest równa zero. Z tego wynika, że suma ciepła wymienionego z otoczeniem (na przemianie  $A \rightarrow B$  i poza nią) jest równa pracy wykonanej przez gaz w całym cyklu.

Poprawne rozwiązanie tymi sposobami wymagało:

- (1) rozpatrzenia cyklu termodynamicznego  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ , w którym przemiany  $B \rightarrow C$  i  $C \rightarrow A$  były odpowiednio izochoryczna i izobaryczna ([Sposób 2A.](#)) lub izobaryczna i izochoryczna ([Sposób 2B.](#))
- (2) wykorzystania faktu, że zmiana energii wewnętrznej w pełnym cyklu jest równa zero oraz zastosowania I zasady termodynamiki do całego cyklu z uwzględnieniem konwencji znaków przyjętej dla ciepła i pracy
- (3) wyznaczenia pracy całkowitej wykonanej w cyklu jako pola obszaru ograniczonego wykresem zależności  $p(V)$  przedstawiającej cały cykl
- (4) wyznaczenia ciepła wymienionego z otoczeniem w przemianach izobarycznej i izochorycznej
- (5) wykorzystanie wyznaczonych zależności do obliczenia ciepła pobranego przez gaz w przemianie  $A \rightarrow B$ .

Poniżej podajemy skrócone rozwiązanie zadania [Sposobami 2A. i 2B.](#), z pominięciem pośrednich etapów, przekształceń i komentarzy:

$$\left( \begin{cases} \Delta U_{ABCA} = 0 \\ 0 = |Q_{AB}| - |Q_{BC}| - |Q_{CA}| - |W_{ABCA}| \quad (2A) \\ 0 = |Q_{AB}| - |Q_{BC}| - |Q_{CA}| + |W_{ABCA}| \quad (2B) \\ |W_{ABCA}| = \frac{1}{2}(p_B - p_A)(V_B - V_A) \end{cases} \right. \quad \text{oraz} \quad \left. \begin{array}{l} (2A) \begin{cases} |Q_{BC}| = \frac{3}{2}(p_B - p_A)V_B \\ |Q_{CA}| = \frac{5}{2}p_A(V_B - V_A) \end{cases} \\ (2B) \begin{cases} |Q_{BC}| = \frac{5}{2}p_B(V_B - V_A) \\ |Q_{CA}| = \frac{3}{2}(p_B - p_A)V_A \end{cases} \end{array} \right)$$

$$\rightarrow |Q_{AB}| = 2\,100 \text{ J}$$

Zdającym, którzy rozwiązywali zadanie [Sposobem 2A.](#) lub [Sposobem 2B.](#) tworząc zamknięty cykl termodynamiczny największą trudności sprawiało poprawne zastosowanie I zasady termodynamiki do analizy całego cyklu. Część zdających błędnie przyjmowała, że ciepło pobrane przez gaz w przemianie  $A \rightarrow B$  jest równe sumie ciepła w przemianach pomocniczych (izochorycznej i izobarycznej), pomijając pracę  $|W_{ABCA}|$  wykonaną przez gaz (lub nad gazem) w cyklu.

Zdarzały się również rozwiązania, w których zdający wyznaczali pracę w cyklu jako pole pod wykresem przemiany  $A \rightarrow B$ , zamiast jako pole obszaru ograniczonego wykresem całego cyklu, czyli pole trójkąta  $ABC$ . Niektórzy zdający poprawnie wyznaczali ciepło wymienione w przemianach pomocniczych oraz pracę wykonaną przez gaz w cyklu, jednak błędnie stosowali I zasadę termodynamiki, niekonsekwentnie uwzględniając konwencję znaków dla ciepła i pracy, co prowadziło do błędnego wyznaczenia ciepła pobranego przez gaz. W szczególności nie uwzględniano, że przy prawostronnej orientacji cyklu (tzn. zgodnie z ruchem wskazówek zegara, jak dla silnika cieplnego) gaz wykonuje pracę w cyklu, a przy lewostronnej (jak dla pompy cieplnej) – praca w cyklu jest wykonana nad gazem.

Poniżej przykłady rozwiązań zawierających opisane powyżej błędy.

### Przykład 6 – rozwiązania zdających

Zdający poprawnie wyznacza zmianę energii wewnętrznej gazu z wykorzystaniem równania Clapeyrona oraz poprawnie wyznacza pracę wykonaną przez gaz jako pole trapezu pod wykresem zależności  $p(V)$  (zapisy w zielonej ramce). Zapisuje I zasadę termodynamiki, jednak niekonsekwentnie stosuje konwencję znaków dla ciepła i pracy. Przyjmuje ze znakiem dodatnim zarówno ciepło pobrane przez gaz, jak i pracę wykonaną przez gaz podczas rozprężania. Tymczasem wielkości te powinny mieć znaki przeciwne (praca powinna być ze znakiem ujemnym, jeśli ciepło przejęto ze znakiem dodatnim).

W konsekwencji odejmuje obliczoną wartość pracy od wartości zmiany energii wewnętrznej, otrzymując nieprawidłową wartość ciepła pobranego przez gaz (błędne zapisy znaków w czerwonych ramkach).

$$\Delta E_w = Q + W$$

$$Q = \Delta E_w - W$$

$$\Delta E_w = \frac{3}{2} nR \Delta T = \frac{3}{2} nR \left( \frac{p_2 V_2}{nR} - \frac{p_1 V_1}{nR} \right) = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1)$$

$$W = \frac{(p_1 + p_2) \cdot \Delta V}{2}$$

$$Q = \frac{3}{2} \cdot (5 \cdot 10^4 \text{ Pa} \cdot 25 \cdot 10^{-3} - 10^4 \text{ Pa} \cdot 10 \cdot 10^{-3}) \cdot 10 = - \frac{5 \cdot 10^4 \cdot 15 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{2}$$

$$Q = 1575 - 525 = 1050 \text{ J}$$

odp:  $Q_{AB} = 1050 \text{ J}$

### Przykład 7 – rozwiązania zdających

Zdający do wyznaczenia ciepła pobranego przez gaz w przemianie  $A \rightarrow B$  zastosował nieuzasadniony w tym przypadku wzór  $Q = nC_V \Delta T_{AB}$ . Ten wzór jest właściwy tylko dla przemiany izochorycznej, gdzie zmiana energii wewnętrznej jest równa ciepłu wymienionemu przez gaz (ze względu na zerową pracę) i nie można tego wzoru stosować dla przemiany  $A \rightarrow B$ , w której gaz wykonuje pracę. Zdający popełnił błąd rzeczowy dyskwalifikujący rozwiązanie w całości.

$$C = \frac{Q}{m \Delta T} \quad Q = C m \Delta T = C m (T_B - T_A) = C m \left( \frac{p_B V_B}{mR} - \frac{p_A V_A}{mR} \right)$$

$$Q = \frac{C m}{mR} (p_B V_B - p_A V_A) = \frac{C}{R} (p_B V_B - p_A V_A)$$

$$Q = \frac{3}{2} \frac{R}{R} (p_B V_B - p_A V_A)$$

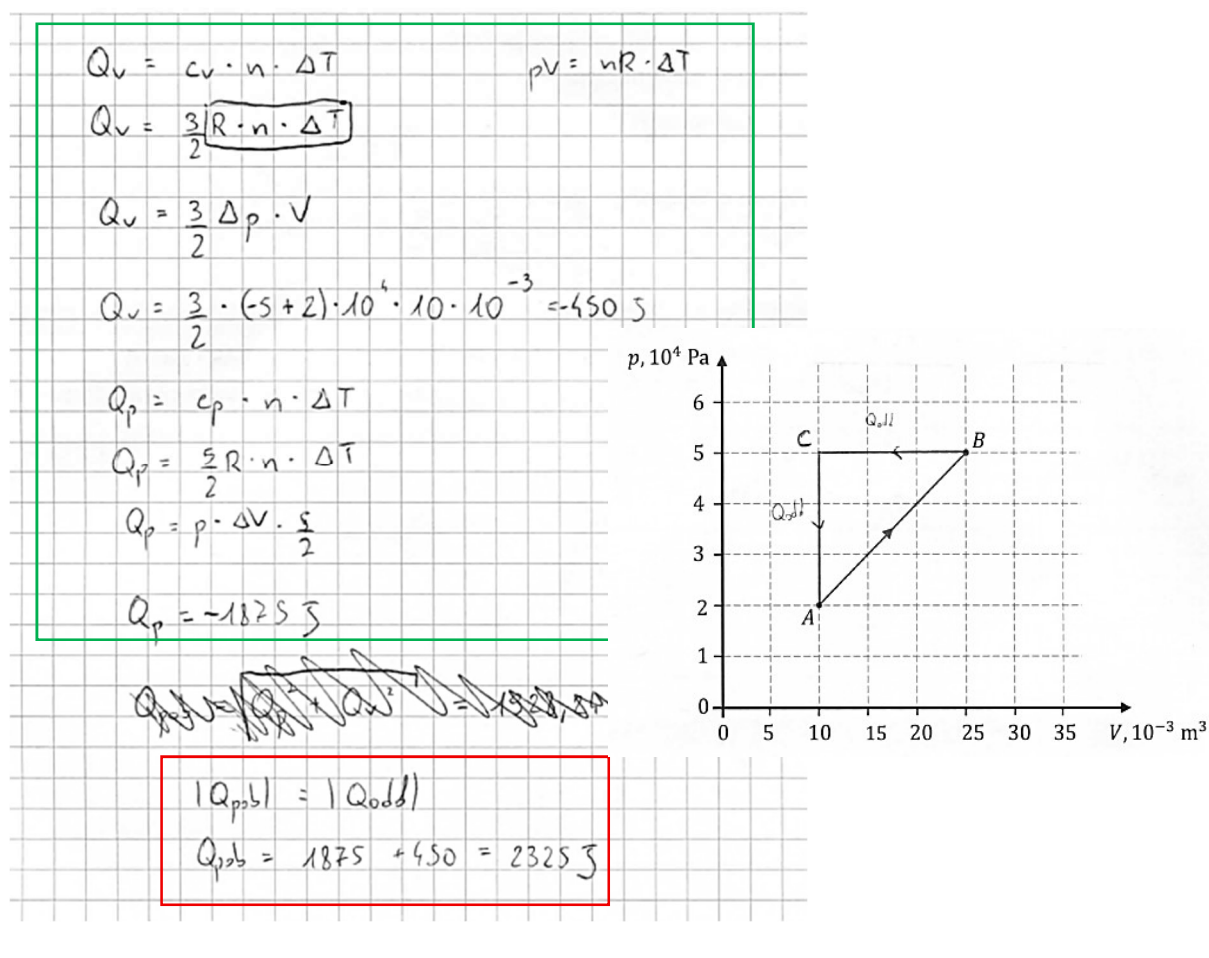
$$Q = \frac{3}{2} (5 \cdot 10^4 \cdot 25 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 10^{-3})$$

$$Q = \frac{3}{2} (125 \cdot 10 - 20 \cdot 10) = 1575 \text{ J}$$

## Przykład 8 – rozwiązania zdających

Zdający analizuje zamknięty cykl termodynamiczny  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ . Poprawnie wyznacza ciepło oddane podczas przemiany izobarycznej  $B \rightarrow C$  oraz poprawnie wyznacza ciepło oddane podczas przemiany izochorycznej  $C \rightarrow A$  (zapisy w zielonej ramce). Dalej błędnie zakłada, że ciepło pobrane  $|Q_{pob}|$  przez gaz podczas przemiany  $A \rightarrow B$  jest równe ciepłu oddanemu  $|Q_{odd}|$  przez gaz łącznie podczas przemian  $B \rightarrow C$  i  $C \rightarrow A$  (zapisy z czerwonej ramce).

Zgodnie z I zasadą termodynamiki dla cyklu powinno być  $|Q_{odd}| - |Q_{pob}| = |W_{ABCA}|$  (orientacja cyklu jest jak dla pompy ciepłej), gdy tymczasem zdający błędnie zapisuje  $|Q_{odd}| = |Q_{pob}|$ . Zdający pomijają pracę całkowitą wykonaną nad gazem (pracę wypadkową wykonaną nad gazem) w cyklu. Prowadzi to do niepoprawnego wyznaczenia ciepła  $Q_{AB}$ .

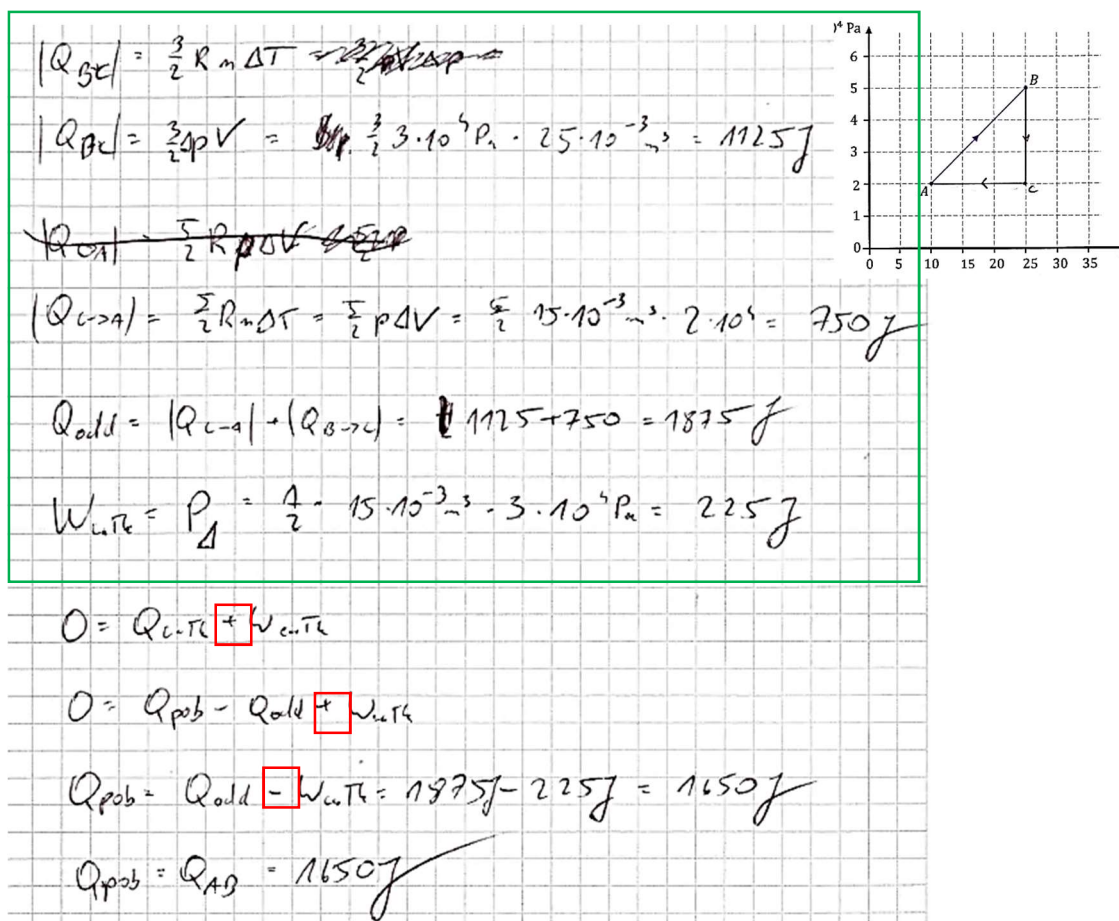


### Przykład 9 – rozwiązania zdających

Zdający analizuje zamknięty cykl termodynamiczny  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ . Poprawnie wyznacza ciepło wymienione w przemianach pomocniczych (izochorycznej  $B \rightarrow C$  oraz izobarycznej  $C \rightarrow A$ ) oraz pracę całkowitą wykonaną przez gaz w cyklu (**zapisy w zielonej ramce**).

Następnie zdający zapisuje I zasadę termodynamiki dla całego cyklu, jednak błędnie przyjmuje dodatni znak przy pracy całkowitej wykonanej w cyklu (**zapisy w czerwonych ramkach**). Powinien uwzględnić znak minus przy pracy całkowitej, ponieważ w tym cyklu praca całkowita (wypadkowa/użyteczna) jest wykonywana przez gaz. Orientacja cyklu jest taka jak dla silnika cieplnego, dla którego zachodzi:  $|Q_{pob}| = |Q_{odd}| + |W_{całk}|$ . Tymczasem u zdającego jest błędnie:  $|Q_{pob}| = |Q_{odd}| - |W_{całk}|$  (czyli jak dla cyklu z orientacją pompy cieplnej a nie silnika cieplnego).

Opisany powyżej błąd prowadzi to do nieprawidłowego wyznaczenia ciepła  $Q_{AB}$ .



**Omówienie zadania 7.2.**

Wiązka zadań 7.1.–7.2. dotyczyła zagadnień związanych z polem elektrycznym i oddziaływaniami elektrostatycznymi. Wstęp do wiązki zadań był następujący:

**Zadanie 7.**

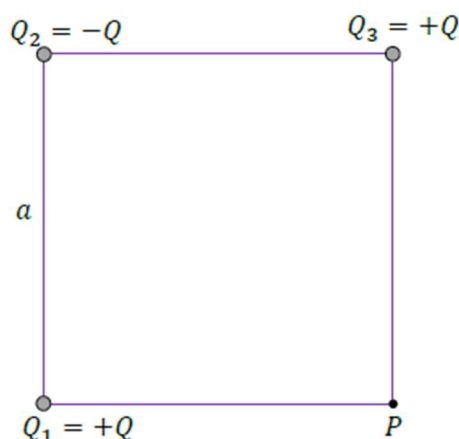
Trzy punktowe ładunki elektryczne:  $Q_1$ ,  $Q_2$  i  $Q_3$  umieszczono w wierzchołkach kwadratu (zobacz rysunek obok). Ładunki te pozostają nieruchome. Pomiedzy ładunkami jest próżnia.

Długość boku tego kwadratu jest równa  $a$ .

Wartości ładunków  $Q_1$ ,  $Q_2$  i  $Q_3$  wyrażają się poprzez pewną dodatnią wartość  $Q$  następująco:

$$Q_1 = +Q \quad Q_2 = -Q \quad Q_3 = +Q$$

W wierzchołku kwadratu oznaczonym jako  $P$  nie ma ładunku elektrycznego.



Poniżej omówimy **zadanie 7.2.** wiązki, ze szczegółową analizą błędów popełnianych przez zdających w rozwiązaniu tego zadania. Pierwsze zadanie w wiązce uzyskało wysoki poziom wykonania 74,9%. Dlatego **zadanie 7.1.** zostanie omówione w dalszej części niniejszego opracowania – w sekcji 3. *Zadania, z którymi zdający poradzili sobie najlepiej.*

**Zadanie 7.2.**

**Poziom wykonania:** 36,2% (zadanie trudne, 5. pod względem trudności w arkuszu)

**Średni wynik:** 1,446 pkt (na 4 pkt)

**Współczynnik korelacji Pearsona:** 0,828 (zadanie bardzo silnie różnicowało zdających)

**Zadanie 7.2. (0–4)**

Wektor wypadkowego natężenia pola elektrycznego w punkcie  $P$  oznaczmy jako  $\vec{E}_P$ .

**Wyznacz  $E_P$  – wartość wektora natężenia  $\vec{E}_P$  – w zależności tylko od  $a$ , od  $Q$  oraz od odpowiedniej stałej fizycznej.**

**Zapisz odpowiednie równania i przekształcenia oraz podaj postać wzoru na  $E_P$ .**

Zadanie sprawdzało umiejętność wyznaczenia wartości wektora wypadkowego natężenia pola elektrycznego w zadanym punkcie  $P$ , wytwarzanego przez trzy punktowe ładunki elektryczne rozmieszczone w wierzchołkach kwadratu. Rozwiązanie wymagało zastosowania zasady superpozycji pól elektrycznych oraz zależności określającej natężenie pola elektrycznego wytwarzane przez ładunek punktowy.

Poprawne rozwiązanie zadania wymagało:

- (1) opracowania strategii rozwiązania zadania, polegającej na ustaleniu, że wypadkowe natężenie pola elektrycznego w zadanym punkcie  $P$  jest wektorową sumą wektorów natężeń pól elektrycznych pochodzących od poszczególnych ładunków

- (2) określenia kierunku, zwrotu oraz wyznaczenia wartości wektorów natężeń pól elektrycznych  $\vec{E}_1$ ,  $\vec{E}_2$  i  $\vec{E}_3$ , wytwarzanych przez poszczególne ładunki w punkcie  $P$
- (3) wyznaczenia wartości  $E_{13}$  wektora wypadkowego natężenia pola pochodzącego od ładunków  $Q_1$  i  $Q_3$
- (4) wyznaczenia wartości  $E_P$  wektora wypadkowego natężenia pola  $\vec{E}_P$  w punkcie  $P$  z uwzględnieniem kierunku i zwrotu wektorów  $\vec{E}_{13}$  i  $\vec{E}_2$ , a następnie wyznaczenia prawidłowej postaci wzoru na  $E_P$ .

Poniżej podajemy skrócone rozwiązanie zadania, z pominięciem pośrednich etapów, przekształceń i komentarzy:

$$\vec{E}_P = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = (\vec{E}_1 + \vec{E}_3) + \vec{E}_2 = \vec{E}_{13} + \vec{E}_2 \rightarrow$$

$$E_P = E_{13} - E_2 \text{ gdzie } \left( E_{13} = \sqrt{2} \cdot \frac{kQ}{a^2} \text{ oraz } E_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{kQ}{a^2} \right) \rightarrow E_P = \frac{kQ}{a^2} \left( \sqrt{2} - \frac{1}{2} \right)$$

Zasadniczą trudnością dla zdających było opracowanie właściwej strategii rozwiązania zadania i poprawne zastosowanie zasady superpozycji pól elektrycznych. Najczęstszym błędem popełnianym przez zdających było algebraiczne dodawanie wartości natężeń pól elektrycznych zamiast ich wektorowego dodawania. Trudności sprawiało im również poprawne zastosowanie wzoru na wartość natężenia pola elektrycznego wytwarzanego przez dany ładunek punktowy, w szczególności uwzględnienie w nim wartości bezwzględnej ładunku oraz określenie kierunku i zwrotu poszczególnych wektorów natężeń pól w zależności od znaku ładunku. W rozwiązaniach występowały również błędy rachunkowe. W konsekwencji prowadziło to do niepoprawnego wyznaczenia wartości wypadkowego natężenia pola elektrycznego w punkcie  $P$ .

Poniżej przykłady rozwiązań zawierających opisane powyżej błędy.

**Przykład 10 – rozwiązania zdających**

Zdający poprawnie wyznacza wartości  $E_1$ ,  $E_2$  i  $E_3$  wektorów natężeń pól elektrycznych  $\vec{E}_1$ ,  $\vec{E}_2$  i  $\vec{E}_3$  w punkcie  $P$ , z uwzględnieniem odległości punktu  $P$  od poszczególnych ładunków (zapisy w zielonej ramce).

Jednak dalej zdający niepoprawnie stosuje zasadę superpozycji pól elektrycznych. Zamiast wykonać wektorowe dodawanie natężeń pól, z uwzględnieniem ich kierunków i zwrotów, zdający po prostu dodaje do siebie wartości natężeń pól pochodzących od poszczególnych ładunków (zapisy w czerwonej ramce).

W konsekwencji błędnie wyznacza  $E_P$  – wartość wektora wypadkowego natężenia pola elektrycznego w punkcie  $P$ .

$$E = \frac{F_e}{Q}$$

$$E_{P3} = k \frac{Q_3 Q_P}{r_{P3}^2 Q^2} = k \frac{Q}{a^2}$$

$$E_{P2} = k \frac{Q_2}{(a\sqrt{2})^2} = k \frac{Q}{(a\sqrt{2})^2} = k \frac{Q}{2a^2}$$

$$E_{P1} = k \frac{Q}{a^2}$$

$$E_P = k \frac{Q}{a^2} + k \frac{Q}{2a^2} + k \frac{Q}{a^2}$$

$$E_P = \frac{4kQ}{2a^2} + k \frac{Q}{2a^2} = \frac{5}{2} k \frac{Q}{a^2}$$

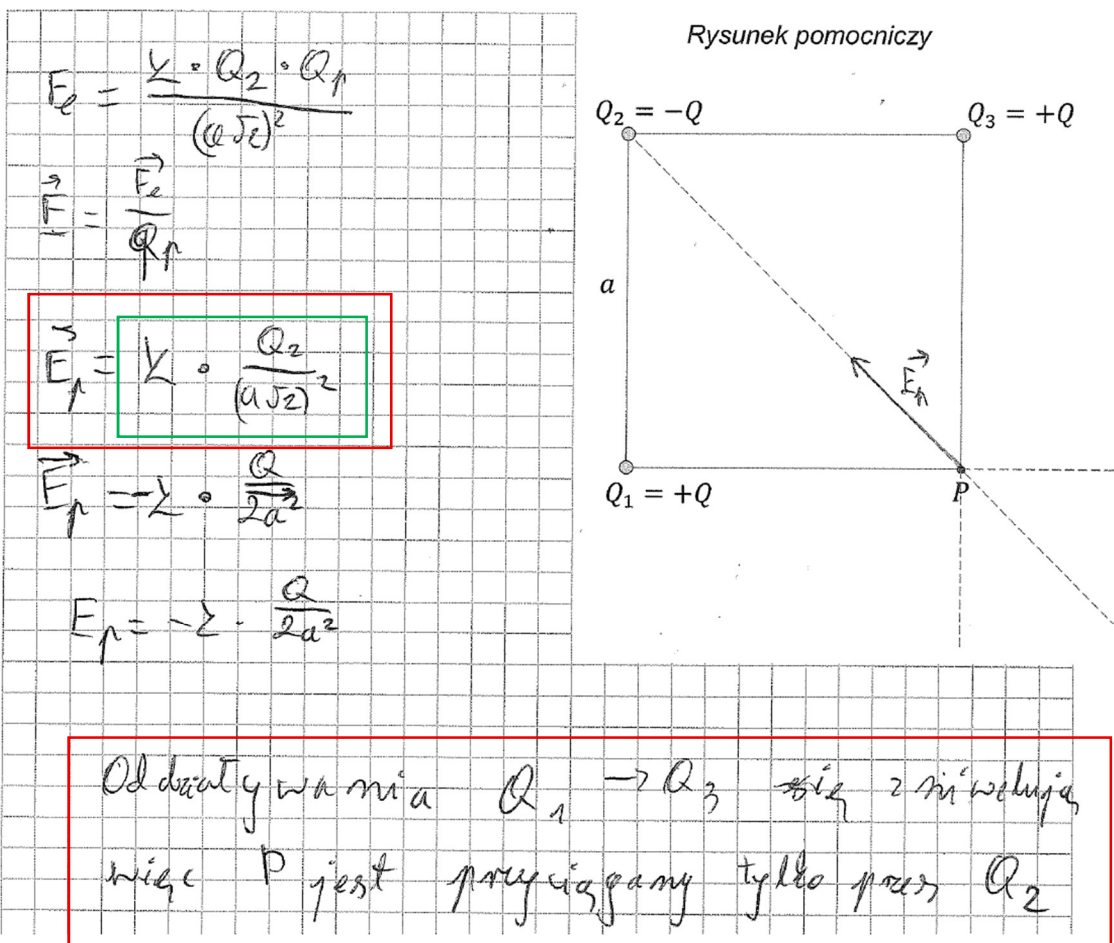
### Przykład 11 – rozwiązania zdających

Z zapisów w pierwszej i drugiej linijce wynika, że zdający przyjmuje, że w punkcie  $P$  znajduje się próbny ładunek punktowy  $Q_P$ . Następnie zdający rozpatruje siły działające na ładunek  $Q_P$  pochodzące od pozostałych ładunków. Jest to równoważna strategia rozwiązania.

Jednak dalej z zapisu „oddziaływania  $Q_1 \rightarrow Q_3$  się niwelują” wynika, że zdający błędnie uznaje, iż siły pochodzące od ładunków  $Q_1$  i  $Q_3$  wzajemnie się znoszą i niepoprawnie przyjmuje, że na ładunek próbny  $Q_P$  działa jedynie siła pochodząca od  $Q_2$  (zapis w czerwonej dolnej ramce). W konsekwencji zdający nie uwzględnia wpływu pól elektrycznych wytwarzanych przez  $Q_1$  i  $Q_3$  na wypadkowe natężenie pola elektrycznego w punkcie  $P$ , wyznacza je wyłącznie na podstawie  $\vec{E}_2$ , czyli natężenia pola pochodzącego tylko od ładunku  $Q_2$ .

Zanotujmy także, że samą wartość  $E_2$  – błędnie zidentyfikowaną jako wartość  $E_P$  wypadkowego natężenia pola w punkcie  $P$  – zdający wyznacza poprawnie (zapis w zielonej ramce to wartość  $E_2$ , czerwona ramka otaczająca zieloną wskazuje błędną identyfikację  $E_P = E_2$ ).

W konsekwencji zdający błędnie wyznaczył wartość wektora wypadkowego natężenia pola elektrycznego w punkcie  $P$ .



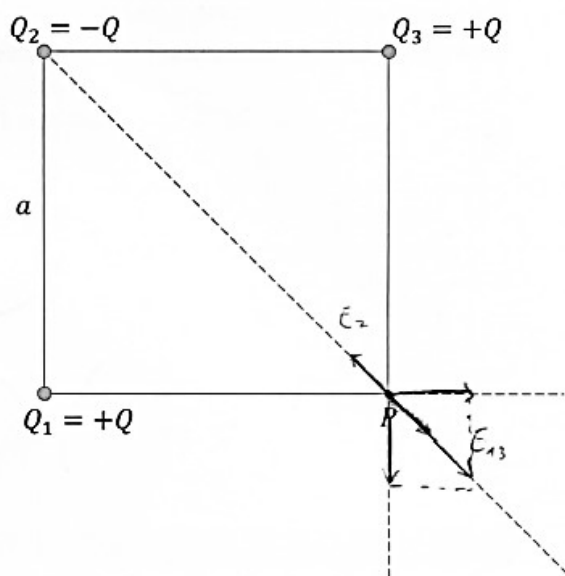
**Przykład 12 – rozwiązania zdających**

Zdający przyjmuje poprawną strategię rozwiązania. Poprawnie wyznacza wypadkową wektorów  $\vec{E}_1$  i  $\vec{E}_3$ , wykorzystując ich prostopadłość, oraz poprawnie określa zwrot wektora  $\vec{E}_2$  względem  $\vec{E}_{13}$ . Poprawnie również rozpoznaje, że wartość  $E_p$  wektora wypadkowego natężenie pola można wyznaczyć jako różnicę wartości  $E_{13}$  i  $E_2$ .

Błędy pojawiają się w zapisie wartości natężeń pól – zdający niepoprawnie zapisuje mianowniki tych zależności, pomijając kwadrat odległości (**zapisy w czerwonych ramkach**). W konsekwencji otrzymuje niepoprawny wynik końcowy.

$$\begin{aligned}
 E_p &= E_{13} - E_2 & E_{13} &= \sqrt{E_1^2 + E_3^2} \\
 E_p &= \sqrt{2} \frac{kQ}{a} - \frac{kQ}{a\sqrt{2}} & &= \sqrt{\frac{k^2 Q^2}{a^2} + \frac{k^2 Q^2}{a^2}} \\
 E_{13} &= \sqrt{2} \frac{kQ}{a} \\
 E_p &= \frac{2kQ}{\sqrt{2}a} - \frac{kQ}{a\sqrt{2}} \\
 E_p &= \frac{kQ}{\sqrt{2}a} = \frac{\sqrt{2}kQ}{2a}
 \end{aligned}$$

Rysunek pomocniczy



**Omówienie zadań 11.2. i 11.3.**

Wiązka **zadań 11.1.–11.3.** dotyczyła zagadnień związanych z fizyką jądrową i rozpadem beta. Wstęp do wiązki zadań był następujący:

**Zadanie 11.**

Izotop neonu  $^{23}\text{Ne}$  ulega rozpadowi promieniotwórczemu w wyniku przemiany  $\beta^-$ .

W wyniku tego rozpadu powstają: cząstka  $\beta^-$  (elektron), jądro pewnego pierwiastka, który oznaczmy jako X, oraz antyneutrino elektronowe  $\bar{\nu}$ . Antyneutrino ma zerowy ładunek elektryczny, a jego masę możemy pominąć.

Poniżej omówimy **zadania 11.2. i 11.3.** wiązki ze szczegółową analizą błędów popełnianych przez zdających w rozwiązaniu **zadania 11.3.** Pierwsze zadanie w wiązce uzyskało dość wysoki poziom wykonania 61,8%. Dlatego **zadanie 11.1.** zostanie omówione w dalszej części niniejszego opracowania – w sekcji 3. *Zadania, z którymi zdający poradzili sobie najlepiej.*

**Zadanie 11.2.**

**Poziom wykonania:** 42,5% (zadanie trudne, 11. pod względem trudności w arkuszu)

**Średni wynik:** 0,425 pkt (na 1 pkt)

**Współczynnik korelacji Pearsona:** 0,352 (zadanie umiarkowanie różnicowało zdających)

**Zadanie 11.2. (0–1)**

W chwili tuż przed opisanym rozpadem jądro neonu  $^{23}\text{Ne}$  było nieruchome.

**Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.**

|                                                                                                            |                                    |                         |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|-------------------------|
| Masa jądra neonu $^{23}\text{Ne}$ jest większa od łącznej sumy mas produktów rozpadu $\beta^-$ tego jądra. | <input checked="" type="radio"/> P | <input type="radio"/> F |
| Produkty rozpadu $\beta^-$ jądra neonu $^{23}\text{Ne}$ uzyskują energię kinetyczną.                       | <input checked="" type="radio"/> P | <input type="radio"/> F |

Zadanie sprawdzało umiejętność jakościowej analizy przemian jądrowych oraz interpretacji równoważności masy i energii. Poprawna ocena pierwszego stwierdzenia wymagała interpretacji einsteinowskiej równoważności masy i energii w kontekście bilansu energii reakcji rozpadu. Ponieważ w wyniku rozpadu  $\beta^-$  nieruchomego jądra neonu  $^{23}\text{Ne}$  wydzielona została energia  $E_r$ , to musi być ona równa  $E_r = \Delta mc^2$ , gdzie  $\Delta m = m_{\text{Ne}} - m_X - m_\beta - m_{\bar{\nu}}$  jest różnicą mas jądra neonu i produktów rozpadu. Ponieważ  $E_r > 0$  zatem  $m_{\text{Ne}} - m_X - m_\beta - m_{\bar{\nu}} > 0$  czyli  $m_{\text{Ne}} > m_X + m_\beta + m_{\bar{\nu}}$ . Z tego wynika, że pierwsze zdanie jest prawdziwe.

Poprawna ocena drugiego stwierdzenia wymagała uświadomienia sobie faktu, że energia wydzielona w procesie na poziomie fundamentalnym może być unoszona przez cząstki elementarne masowe i jądra jako ich energia kinetyczna lub przez fotony jako energia elektromagnetyczna. W rozpadzie jądra opisanym w zadaniu powstają cząstki masowe, które unoszą energię wydzieloną podczas rozpadu w postaci energii kinetycznej. Z tego wynika, że drugie zdanie jest prawdziwe.

Niski poziom wykonania tego elementarnego zadania zamkniętego wynika z błędnej interpretacji pierwszego stwierdzenia. Zdający mogli utożsamiać energię wydzielaną w reakcji jądrowej (związaną z różnicą mas substratów i produktów reakcji) z energią wiązania jądra atomowego (związaną z różnicą między sumą mas oddzielnych nukleonów a masą jądra). Zdarza się, że pojęcia te są mylone, a intuicyjne rozumowanie prowadzi do błędnego wniosku, że suma mas produktów reakcji powinna być większa od masy jądra, z którego powstały (poprzez analogię do sytuacji, w której suma mas oddzielnych nukleonów jest większa od masy jądra, które tworzą). W przypadku egzotermicznych reakcji jądrowych, takich jak opisany w zadaniu rozpad  $\beta^-$ , rozumowanie takie jest niepoprawne. Poprawna analiza przemian jądrowych wymaga uwzględnienia bilansu energii reakcji oraz zasady równoważności masy i energii.

### Zadanie 11.3.

**Poziom wykonania:** 41,7% (zadanie trudne, 7. pod względem trudności w arkuszu)

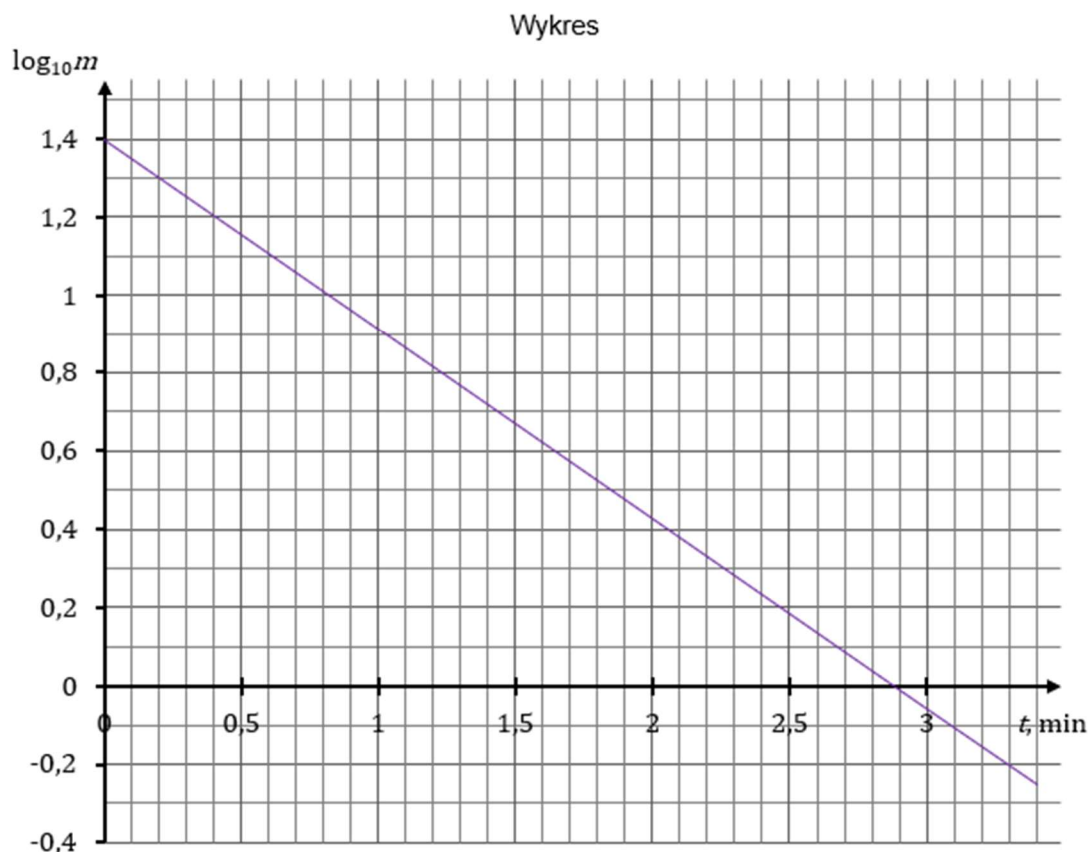
**Średni wynik:** 1,669 pkt (na 4 pkt)

**Współczynnik korelacji Pearsona:** 0,779 (zadanie silnie różnicowało zdających)

#### Zadanie 11.3. (0–4)

Badano próbkę promieniotwórczą  $\mathcal{P}$  zawierającą jądra izotopu neonu  $^{23}\text{Ne}$ . Łączną masę jąder neonu  $^{23}\text{Ne}$ , które pozostają w próbce  $\mathcal{P}$  po upływie czasu  $t$  od chwili początkowej  $t_0 = 0$  min, oznaczmy jako  $m$ . Na podstawie pomiarów promieniowania powstającego podczas rozpadów  $\beta^-$  tych jąder neonu obliczono  $m$  dla różnych chwil czasu.

Na poniższym wykresie przedstawiono zależność  $\log_{10} m$  od czasu  $t$ . Wartości logarytmu obliczono dla wartości liczbowych masy  $m$  wyrażonej w pewnych jednostkach umownych.



Na podstawie wykresu oblicz  $T$  – czas połowicznego rozpadu jąder neonu  $^{23}\text{Ne}$ .  
Zapisz obliczenia.

Zadanie sprawdzało umiejętność wykorzystania definicji czasu połowicznego rozpadu oraz umiejętność interpretacji wykresu przedstawiającego zależność  $\log_{10} m$  od czasu  $t$ . Zadanie można było rozwiązać na kilka sposobów (zobacz [Zasady oceniania rozwiązań zadań](#), strony 53–56: [Sposób 1a.](#), [Sposób 1b.](#), [Sposób 2.](#), [Sposób 3.](#), [Sposób 4.](#)). Najczęściej wybierany przez zdających sposób polegał na wykorzystaniu definicji czasu połowicznego rozpadu i odczytaniu z wykresu chwili, w której masa jąder neonu zmniejszyła się do połowy wartości początkowej ([Sposób 1a.](#), [Sposób 1b.](#)). Inne sposoby rozwiązania zadania opierały się na wykorzystaniu równania rozpadu promieniotwórczego i przekształceniu go do postaci liniowej ([Sposób 2.](#)), zastosowaniu równania rozpadu dla dwóch punktów odczytanych z wykresu ([Sposób 3.](#)) lub bezpośrednim wykorzystaniu równania rozpadu i masy początkowej ([Sposób 4.](#)).

Poprawne rozwiązanie zadania [sposobem 1.](#) (najbardziej optymalnym i najkrótszym, choć mniej dokładnym od pozostałych metod) wymagało:

- (1) wykorzystania definicji czasu  $T$  połowicznego rozpadu, tzn. skorzystania z faktu, że po czasie  $T$  w próbce pozostanie połowa początkowej liczby jąder, czyli  $\frac{1}{2}m_0$
- (2) obliczenia wartości  $\log_{10} \frac{1}{2}m_0$
- (3) odczytania z wykresu argumentu  $t = T$  odpowiadającego obliczonej wartości  $\log_{10} \frac{1}{2}m_0$

Poprawne rozwiązanie [sposobem 1.](#) przedstawiono poniżej (w skrócie):

$$\log_{10} \left( \frac{1}{2} \cdot m_0 \right) = \log_{10} \left( \frac{1}{2} \right) + \log_{10} m_0 \approx -0,301 + 1,4 = 1,099 \approx 1,1$$

$$\log_{10} m_T \approx 1,1 \quad \text{dla} \quad T \approx 0,62 \text{ min}$$

Poniżej przedstawimy skrócone rozwiązania pozostałymi sposobami.

Poprawne rozwiązanie [sposobem 2.](#) przedstawiono poniżej (w skrócie):

$$\log_{10} m(t) = \log_{10} \left( m_0 \cdot \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}} \right) = \log_{10} m_0 + \frac{t}{T} \log_{10} \left( \frac{1}{2} \right) = A \cdot t + B$$

$$A = \frac{\log_{10} \left( \frac{1}{2} \right)}{T} \quad \text{oraz} \quad A = -0,485 \frac{1}{\text{min}} \quad (\text{obliczone z wykresu}) \rightarrow T \approx 0,62 \text{ min}$$

Poprawne rozwiązanie [sposobem 3.](#) przedstawiono poniżej (w skrócie):

$$P_1 = (0,4 \text{ min}; 1,2) \rightarrow \log_{10} m(0,4) = 1,2 \rightarrow 10^{1,2} = m_0 \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{0,4}{T}}$$

$$P_2 = (3,3 \text{ min}; -0,2) \rightarrow \log_{10} m(3,3) = -0,2 \rightarrow 10^{-0,2} = m_0 \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{3,3}{T}}$$

Zatem:

$$\frac{10^{1,2}}{10^{-0,2}} = \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{0,4-3,3}{T}} \rightarrow 10^{1,4} = \left( \frac{1}{2} \right)^{-\frac{2,9}{T}} \rightarrow T = \frac{2,9 \cdot \log_{10} 2}{1,4} \approx 0,62 \text{ min}$$

Poprawne rozwiązanie sposobem 4. przedstawiono poniżej (w skrócie):

$$\log_{10} m_0 = 1,4 \rightarrow m_0 = 10^{1,4} \text{ ju}$$

$$P_1 = (0,4 \text{ min}; 1,2) \rightarrow \log_{10} m(0,4) = 1,2 \rightarrow 10^{1,2} = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{0,4}{T}}$$

Zatem:

$$10^{1,2} = 10^{1,4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{0,4}{T}} \rightarrow 10^{-0,2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{0,4}{T}} \rightarrow T = \frac{0,4}{0,2} \log_{10} 2 \approx 0,60 \text{ min}$$

Najczęstsze błędy zdających wynikały z nieprawidłowej interpretacji wielkości przedstawionej na osi pionowej wykresu, nieuwzględnienia własności logarytmów podczas wyznaczania połowy początkowej masy jąder neonu oraz błędnego odczytu wartości z wykresu.

Na przykład część zdających nie uwzględniała faktu, że wykres przedstawia zależność  $\log_{10} m$  od czasu a nie zależność  $m$  od czasu – z tego powodu niektórzy wyznaczali wartość

$\frac{1}{2} \log_{10} m_0$  zamiast wartość  $\log_{10} \left(\frac{1}{2} m_0\right)$  i dla tej błędnie wyznaczonej wartości odczytywali czas. Wielu zdających popełniało również błędy rachunkowe związane z działaniami na logarytmach i przekształceniami algebraicznymi zawierającymi logarytmy.

Poniżej przykłady rozwiązań zawierających niektóre z opisanych powyżej błędów.

### Przykład 13 – rozwiązania zdających

Zdający rozwiązuje zadanie sposobem 4. Poprawnie wyznacza początkową masę jąder neonu oraz poprawnie zapisuje zależność  $m(t)$  wynikającą z prawa rozpadu (zapisy w zielonej ramce). Następnie zdający rozważa wartość logarytmu masy równą 1,2, jednak błędnie przyporządkowuje jej chwilę  $t = 0,5 \text{ min}$ , zamiast poprawnej chwili  $t = 0,4 \text{ min}$ . W konsekwencji otrzymuje błędne równanie, które dalej konsekwentnie rozwiązuje.

Handwritten student work on grid paper:

- Top left:  $\frac{\log_c a}{\log_c b} = \log_a b$  and  $c = \log_a b$
- Green box highlights:
  - $\log_{10} m = 1,4$
  - $\log_{10} m = 1,2$
  - $10^{1,4} = m \approx 25,12 \text{ kg}$  with  $t=0$  below it.
  - Decay formula:  $m(t) = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$  with  $T=?$  to its right.
- Red box highlights:  $m(0,5) = 25,12 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{0,5}{T}}$
- Red arrow points from a text box to the red box.
- Text box: "Wartość 1,2 jest dla argumentu  $t = 0,4$  a nie  $t = 0,5$ "
- Below the red box:  $10^{1,2}$
- Bottom right calculations:
  - $0,63 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{0,5}{T}}$
  - $\log\left(\frac{1}{2}\right)$
  - $0,63 = \frac{0,5}{T}$
  - $T \approx 0,75 \text{ min}$
- Bottom left:  $m(3) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{T}}$

**Przykład 14 – rozwiązania zdających**

Zdający rozwiązuje zadanie [sposobem 4](#). Poprawnie wyznacza początkową masę jąder neonu oraz poprawnie zapisuje zależność  $m(t)$  wynikającą z prawa rozpadu (**zapisy w zielonej ramce**). Następnie (co wynika z dalszych zapisów) zdający rozważa punkt wykresu o współrzędnych (1,85 min; 0,5), jednak wartość 0,5 odczytaną z osi pionowej błędnie interpretuje jako masę w chwili 1,85 min zamiast prawidłowo – jako logarytm masy w chwili 1,85 min. W konsekwencji otrzymuje błędne równanie (**zapisy w czerwonej ramce**) – po prawej stronie tego równania powinno być  $10^{0,5}$  a nie 0,5.

$$\log_{10} m = x \rightarrow 10^x = m \text{ (odczytać można z wykresu)}$$

$$m = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \quad \log_{10} m_0 = 1,4 \quad m_0 = 10^{1,4}$$

$$m = 10^{1,4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

$$0,5 = 10^{1,4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1,85}{T}}$$

$$\frac{0,5}{10^{1,4}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1,85}{T}} \quad \left(\frac{0,5}{10^{1,4}}\right)^T = \left(\frac{1}{2}\right)^{1,85}$$

$$0,0199^T = 0,277392368$$

$$\log_{0,0199} 0,277392368 = T$$

$$T \approx 0,324 \text{ [min]}$$

**Przykład 15– rozwiązania zdających**

Zdający błędnie wyznacza masę początkową jąder neonu. Nie odróżnia argumentu logarytmu (masy początkowej) od wartości logarytmu równej 1,4, zapisując błędne równania  $10^m = 1,4$  oraz  $m = \log_{10} 1,4$  (pomijamy szczegół, że powinno być  $m_0$ ). Poprawnie zapisane równania powinny wyglądać tak:  $\log_{10} m_0 = 1,4$  oraz  $m_0 = 10^{1,4}$ .

$$N(t) = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

$$\frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

$$10^h = 1,4$$

$$h = \log_{10}(1,4) = 0,1461$$

$$\log_{\left(\frac{1}{2}\right)} \left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = \frac{t}{T}$$

$$T = \frac{t}{\log_{\left(\frac{1}{2}\right)} \left(\frac{N(t)}{N_0}\right)}$$

**Przykład 16 – rozwiązania zdających**

Zdający nie uwzględnił faktu, że wykres przedstawia zależność  $\log_{10} m$  od czasu  $t$  a nie zależność  $m$  od czasu. W konsekwencji odczytuje z wykresu argument odpowiadający wartości 0,7 (równej  $\frac{1}{2} \log_{10} m_0$ ) zamiast argumentu odpowiadającego wartości 1,1 (równej  $\log_{10} \frac{1}{2} m_0$ ).

Zauważmy, że chociaż sam zapis  $1,4 \log_{10} m = N_0$  jest nieprawidłowy, to nie ma wpływu na błędny zamysł określenia czasu połowicznego rozpadu na podstawie odczytania argumentu dla wartości  $0,7 = \frac{1}{2} \cdot 1,4$ .

$$N(t) = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

- skąd czas od  $t_0 = 0$  to  $m_1$   
ze  $1,4 \log_{10} m = N_0$

$$N_0 = 1,4 \log_{10} m$$

$$\frac{N(t)}{N_0} = \frac{1}{2} = 2^{-\frac{t}{T}}$$

$\frac{N(t)}{N_0} = \frac{1}{2}$  skąd  $\frac{t}{T} = 1$  - to czas połowicznego rozpadu to po  $T$  sekundy będzie połowa

$$N(T) = N_0 \cdot 2^{-\frac{T}{T}} = N_0 \cdot \frac{1}{2}$$

$$2N(T) = N_0 = 1,4 \log_{10} m$$

$$N(T) = 0,7 \log_{10} m$$

$T$  z tego wynika, że  $T = 1,45 \text{ min}$

## Podsumowanie

Pięć spośród wymienionych siedmiu najtrudniejszych zadań w arkuszu to zadania otwarte. Rozwiązanie tych zadań otwartych wymagało wyodrębnienia zjawiska z opisanego kontekstu, stworzenia fizycznego i matematycznego modelu zjawiska, zastosowania odpowiedniej zasady / prawa fizycznego, czy też innych zależności fizycznych bądź matematycznych. Wszystkie te zadania były zadaniami złożonymi, co oznacza, że w ich rozwiązaniu należało skorzystać z kilku zależności czy praw fizycznych, a także biegle posługiwać się przekształceniami matematycznymi. Te czynniki, niezależnie od działu fizyki, którego dotyczyło zadanie, miały największy wpływ na niski poziom wykonania tych zadań.

Wśród siedmiu najtrudniejszych zadań znalazły się również dwa zadania zamknięte. Ich rozwiązanie wymagało właściwego rozpoznania zależności fizycznych i matematycznych wynikających z przedstawionej na rysunku lub wykresie sytuacji oraz połączenia tych zależności w celu wyznaczenia zadanej wielkości bądź zależności.

### 3. Zadania, z którymi zdający poradzili sobie najlepiej

W dalszej części przeanalizujemy te zadania, które okazały się dla zdających najłatwiejsze. Przyjmijmy do analizy siedem najłatwiejszych zadań. Licząc od najłatwiejszego, są to zadania:

1. **Zadanie 7.1.** (75%, 0,75, 0,46, elektrostatyka, zadanie zamknięte)
2. **Zadanie 1.1.** (72%, 0,72, 0,40, dynamika punktu materialnego, zadanie zamknięte)
3. **Zadanie 5.1.** (68%, 0,68, 0,53, elementy astronomii/grawitacja, zadanie otwarte z luką)
4. **Zadanie 6.2.** (64%, 0,64, 0,63, termodynamika, zadanie otwarte z luką)
5. **Zadanie 4.3.** (64%, 0,64, 0,38, fale mechaniczne, zadanie zamknięte)
6. **Zadanie 11.1.** (62%, 1,24, 0,62, fizyka jądrowa, zadanie otwarte z luką)
7. **Zadanie 5.2.** (58%, 1,17, 0,69, elementy astronomii/grawitacja, zadanie otwarte z luką)

#### Omówienie zadania 7.1.

##### Zadanie 7.1.

**Poziom wykonania:** 74,9% (zadanie najłatwiejsze w arkuszu)

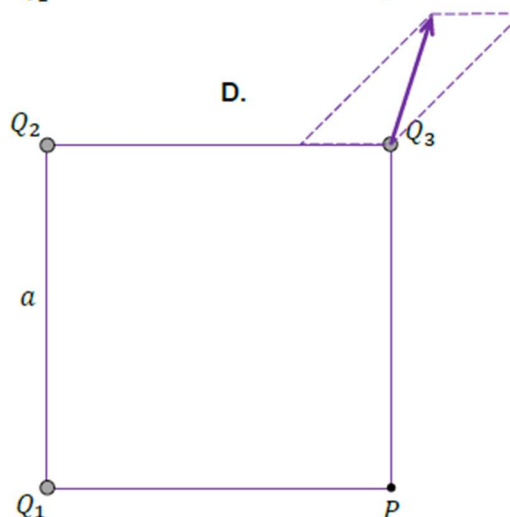
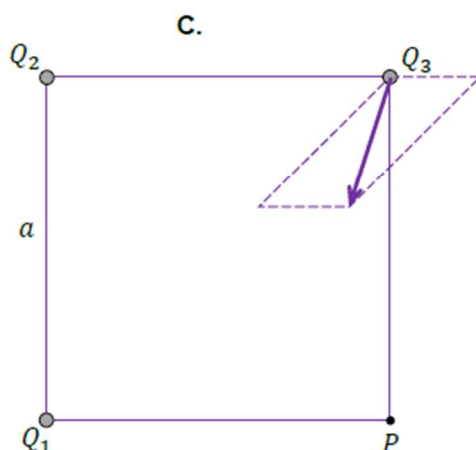
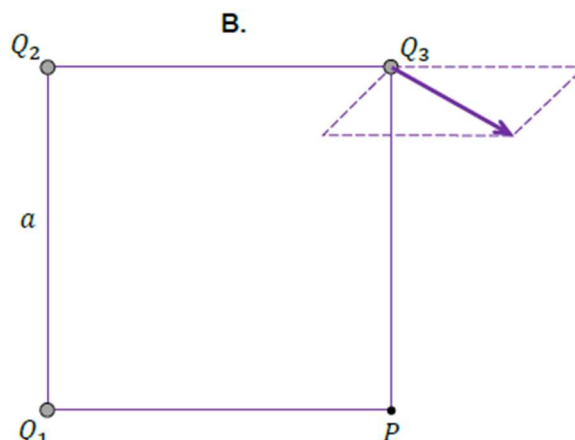
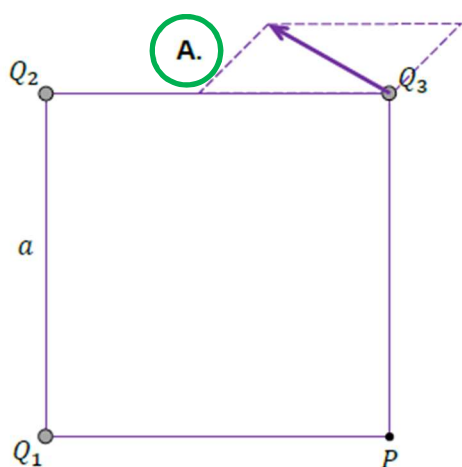
**Średni wynik:** 0,749 pkt (na 1 pkt)

**Współczynnik korelacji Pearsona:** 0,464 (zadanie umiarkowanie różnicowało zdających)

Poniżej treść zadania (wstęp do wiązki na str. 39.) i rozwiązanie zaznaczone na zielono.

##### Zadanie 7.1. (0–1)

Na którym rysunku (spośród A–D) prawidłowo zaznaczono kierunek i zwrot wypadkowej siły elektrycznej działającej na ładunek  $Q_3$ ? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.



Zadanie sprawdzało umiejętność jakościowej analizy oddziaływań elektrostatycznych w celu wyznaczenia kierunku i zwrotu wypadkowej siły elektrycznej działającej na ładunek punktowy w układzie kilku ładunków.

Aby udzielić prawidłowej odpowiedzi, należało określić kierunki i zwroty sił elektrycznych działających na ładunek  $Q_3$  ze strony ładunków  $Q_1$  i  $Q_2$ . W tym celu należało uwzględnić znaki ładunków oraz fakt, że siła elektryczna działająca na ładunek ma kierunek wzdłuż prostej łączącej oddziałujące ładunki. Następnie należało określić siłę wypadkową działającą na ładunek  $Q_3$  jako wektorową sumę sił ze strony ładunków  $Q_1$  i  $Q_2$ .

Zadanie okazało się najłatwiejszym zadaniem w arkuszu. Zdecydowana większość zdających udzieliła poprawnej odpowiedzi. Zdarzały się jednak również błędne odpowiedzi. Wśród tych odpowiedzi najczęściej wybieraną była odpowiedź D, co mogło wynikać z trudności z jakościowym porównaniem wartości sił działających na ładunek  $Q_3$ , wynikających z różnych odległości między ładunkami, i określeniem na tej podstawie odpowiedniego kierunku wypadkowej siły.

### Omówienie wiązki zadań 1.1.–1.3.

Wiązka **zadań 1.1.–1.3.** dotyczyła zagadnień związanych z ruchem punktu materialnego w polu grawitacyjnym, w szczególności ruchem pionowym. Wstęp do wiązki wraz z informacją do zadań 1.1.–1.3. był następujący:

#### Zadanie 1.

W chwili  $t_0 = 0$  s z wysokości  $h_0$  ponad podłożem wyrzucono pionowo w górę ciało  $\mathcal{C}$ . Wartość prędkości ciała  $\mathcal{C}$  w chwili  $t_0$  oznaczmy jako  $v_0$ . Ciało wzniosło się pionowo na wysokość maksymalną  $h_{max}$ , po czym opadło na podłoże.

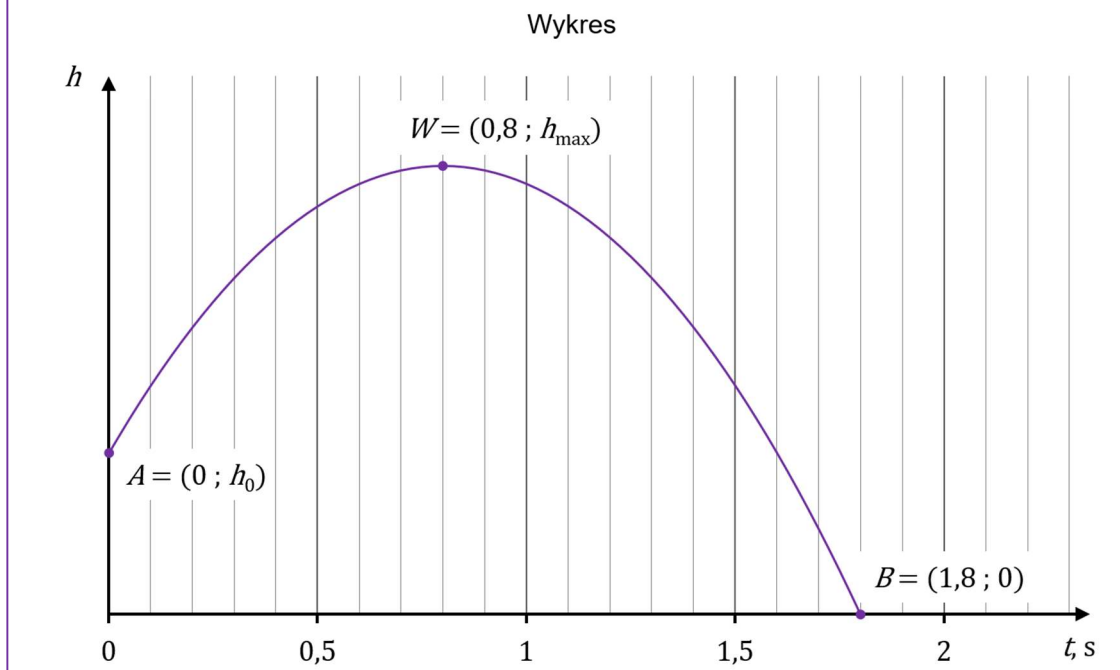
Przyjmij, że:

- ciało  $\mathcal{C}$  porusza się w komorze próżniowej, bez działania sił oporu, w inercjalnym układzie odniesienia, w jednorodnym, ziemskim polu grawitacyjnym
- przyspieszenie ziemskie ma wartość  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .

Poniżej omówimy krótko zadanie 1.1. (drugie pod względem łatwości) oraz przy okazji kolejne zadania tej wiązki.

**Informacja do zadań 1.2.–1.3.**

Na poniższym wykresie przedstawiono zależność  $h(t)$  – wysokości od czasu – dla ruchu ciała  $C$  od chwili  $t_0$  do momentu uderzenia w podłoże. Na wykresie zaznaczono wybrane punkty  $A$ ,  $W$ ,  $B$  oraz podano ich współrzędne (za pomocą liczb i symboli).

**Zadanie 1.1.**

**Poziom wykonania:** 71,5% (zadanie łatwe, 2. pod względem łatwości)

**Średni wynik:** 0,715 pkt (na 1 pkt)

**Współczynnik korelacji Pearsona:** 0,404 (zadanie umiarkowanie różnicowało zdających)

Poniżej treść zadania wraz z zaznaczonymi na zielono poprawnymi odpowiedziami.

**Zadanie 1.1. (0–1)**

Analizujemy ruch ciała  $C$  od chwili  $t_0$  do momentu uderzenia w podłoże.

**Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.**

|                                                |          |          |
|------------------------------------------------|----------|----------|
| Przyspieszenie ciała $C$ zależy od jego masy.  | P        | <b>F</b> |
| Czas trwania ruchu ciała $C$ zależy od $v_0$ . | <b>P</b> | F        |

Zadanie sprawdzało umiejętność analizy ruchu ciała podczas rzutu pionowego w górę w jednorodnym polu grawitacyjnym oraz znajomość zależności opisujących ten ruch.

Poprawna ocena pierwszego stwierdzenia wymagała rozpoznania, że w przyjętych założeniach na ciało  $C$  działa jedynie siła grawitacji, a zatem przyspieszenie ciała jest równe przyspieszeniu grawitacyjnemu, które jest niezależne od masy ciała.

Poprawna ocena drugiego stwierdzenia wymagała wykorzystania zależności opisujących czas trwania ruchu oraz rozpoznania, że czas rzutu pionowego w górę zależy od wartości prędkości początkowej, a czas spadku swobodnego zależy od wysokości.

Zadanie to było drugim pod względem łatwości w arkuszu. Większość zdających udzieliła poprawnej odpowiedzi. Choć również i w tym zadaniu zdarzały się odpowiedzi niepoprawne, które mogły wynikać z trudności z poprawną analizą ruchu podczas rzutu pionowego i interpretacją zależności między wielkościami opisującymi ten ruch.

### Zadanie 1.2.

**Poziom wykonania:** 50,1% (zadanie umiarkowanie trudne, 11. pod względem łatwości)

**Średni wynik:** 1,002 pkt (na 2 pkt)

**Współczynnik korelacji Pearsona:** 0,740 (zadanie silnie różnicowało zdających)

#### Zadanie 1.2. (0–2)

Oblicz  $v_0$ . Zapisz obliczenia.

Zadanie sprawdzało umiejętność analizy ruchu ciała podczas rzutu pionowego w górę na podstawie wykresu zależności wysokości od czasu oraz wykorzystania kinematycznych równań opisujących ruch jednostajnie zmienny. Poprawne rozwiązanie zadania wymagało odczytania z wykresu czasu  $t_{AW}$ , odpowiadającego czasowi wznoszenia ciała od chwili wyrzutu do osiągnięcia wysokości maksymalnej, oraz wykorzystania kinematycznych równań ruchu (dla prędkości) dla rzutu pionowego. Poniżej rozwiązanie:

$$v_k = v_0 - gt_{AW} \quad \text{oraz} \quad v_k = 0 \quad \text{oraz} \quad t_{AW} = 0,8 \text{ s} \quad \text{zatem}$$

$$v_0 = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,8 \text{ s} \approx 7,85 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Najczęściej popełnianym przez zdających błędem było odczytanie z wykresu niewłaściwego czasu – czasu całego ruchu zamiast czasu wznoszenia do wysokości maksymalnej.

Trudności sprawiało również zastosowanie właściwych równań kinematycznych opisujących rzut pionowy w górę. Zdarzały się również rozwiązania, w których zdający nie uwzględniali, że podczas rzutu pionowego w górę ciało porusza się z przyspieszeniem (opóźnieniem) równym przyspieszeniu grawitacyjnemu.

#### Przykład 17 – rozwiązania zdających

Zdający stosuje poprawne równania (zapisy w zielonej ramce), jednak błędnie odczytuje z wykresu czas wznoszenia ciała jako  $t = 1,8 \text{ s}$  (zapis w czerwonej ramce) zamiast  $t = 0,8 \text{ s}$ . Prowadzi to do niepoprawnego wyznaczenia wartości prędkości początkowej.

$$v_k = v_0 - at \quad v_k = 0$$

$$0 = v_0 - at \quad v_0 = gt = 9,81 \cdot 1,8 = 17,66 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\cancel{v_0 t = \frac{1}{2} gt^2 = v_0 \cdot 1,8} \quad v_0 = 17,66 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Zadanie 1.3.****Poziom wykonania:** 45,9% (zadanie trudne, 15. pod względem trudności)**Średni wynik:** 1,376 pkt (na 3 pkt)**Współczynnik korelacji Pearsona:** 0,776 (zadanie silnie różnicowało zdających)**Zadanie 1.3. (0–3)****Oblicz  $h_0$ . Zapisz obliczenia.**

Zadanie sprawdzało umiejętność budowania modelu fizycznego opisującego rzut pionowy w górę, w tym stosowania kinematycznych równań ruchu jednostajnie zmiennego. Zadanie można było rozwiązać na kilka sposobów (zobacz [Zasady oceniania rozwiązań zadań](#), strony 7–10). Poniżej podajemy skrócone rozwiązanie zadania [sposobem 1.](#), z pominięciem pośrednich etapów, przekształceń i komentarzy:

$$\begin{cases} h_0 = h_{\max} - \Delta h_{AW} \\ h_{\max} = \frac{1}{2} g t_{WB}^2 \quad \text{oraz} \quad t_{WB} = 1,0 \text{ s} \\ \Delta h_{WA} = \frac{1}{2} g t_{AW}^2 \quad \text{oraz} \quad t_{AW} = 0,8 \text{ s} \end{cases} \quad \rightarrow \quad h_0 = 1,7658 \text{ m} \approx 1,8 \text{ m}$$

Najczęściej popełnianymi przez zdających błędami było niepoprawne odczytanie z wykresu czasów potrzebnych do wyznaczenia wysokości maksymalnej  $h_{\max}$  lub różnicy wysokości  $\Delta h_{AW}$ . Trudności sprawiało również zastosowanie właściwych równań kinematycznych opisujących rzut pionowy w górę.

**Przykład 18 – rozwiązania zdających**

Zdający rozwiązuje zadanie [sposobem 1.](#) Poprawnie zapisuje zależność między  $h_{\max}$ ,  $\Delta h_{AW}$  i  $h_0$  (**zapis w pierwszej zielonej ramce**). Poprawnie zapisuje wzór na wysokość maksymalną oraz różnicę wysokości (**zapis w pierwszej i drugiej zielonej ramce**). Niepoprawnie oblicza jednak wysokość maksymalną, wstawiając do równania czas całego ruchu  $t = 1,8 \text{ s}$  (**zapis w czerwonej ramce**) zamiast czasu spadania od wysokości maksymalnej do podłoża, który wynosi  $t = 1 \text{ s}$ . Błąd ten prowadzi do niepoprawnego wyznaczenia wysokości  $h_0$ .

The student's handwritten solution on grid paper shows the following steps:

- First equation (green box):  $h_{\max} - h_0 = v_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2}$
- Second equation (green box):  $h_{\max} = \frac{g t_2^2}{2}$
- Substitution:  $\frac{g t_2^2}{2} - h_0 = v_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2}$
- Isolation of  $h_0$ :  $h_0 = \frac{g t_2^2}{2} - v_0 t_1 + \frac{g t_1^2}{2}$
- Calculation (red box around 1.8):  $h_0 = \frac{9,81 \cdot 1,8^2}{2} - 7,848 \cdot 0,8 + \frac{9,81 \cdot 0,8^2}{2}$
- Final result:  $h_0 = 12,753 \text{ m}$

### Omówienie wiązki zadań 5.1.–5.4.

Wiązka **zadań 5.1.–5.4.** dotyczyła zagadnień związanych z grawitacją i elementami astronomii. Wstęp do wiązki zadań był następujący:

#### Zadanie 5.

Pewna planetoida  $\mathcal{R}$  krąży wokół Słońca po orbicie eliptycznej jedynie pod wpływem siły grawitacji Słońca. Orbita planetoidy  $\mathcal{R}$  leży w tej samej płaszczyźnie co orbita Ziemi i przecina się z nią w dwóch punktach (zobacz rysunek).

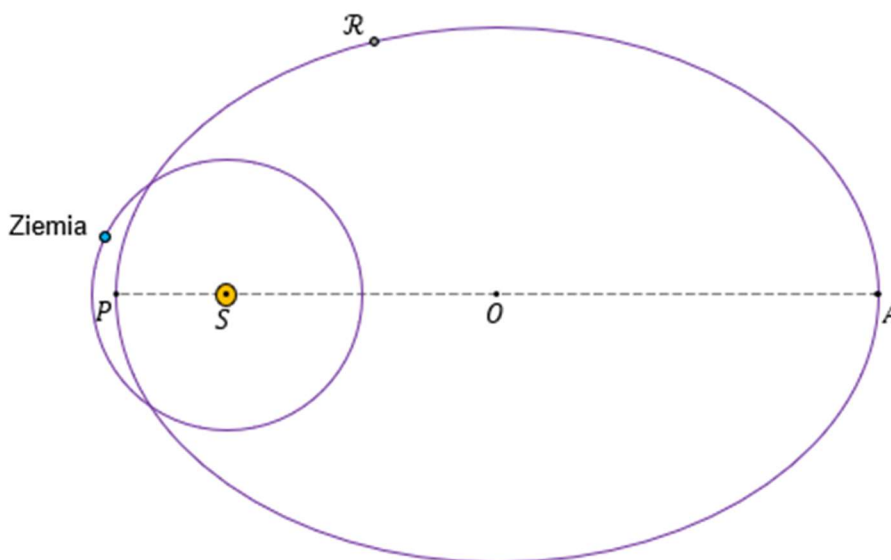
Przyjmij następujące dane i założenia:

- największą odległość planetoidy  $\mathcal{R}$  od środka  $S$  Słońca oznaczmy jako  $r_A = |SA|$
- najmniejszą odległość planetoidy  $\mathcal{R}$  od środka  $S$  Słońca jest równa  $r_P = |SP| = 0,81$  au
- długość osi wielkiej orbity planetoidy  $\mathcal{R}$  jest równa  $|PA| = 5,62$  au
- wartość prędkości planetoidy  $\mathcal{R}$  w punkcie  $A$  orbity oznaczmy jako  $v_A$
- wartość prędkości planetoidy  $\mathcal{R}$  w punkcie  $P$  orbity jest równa  $v_P = 43,29$  km/s
- środek orbity planetoidy  $\mathcal{R}$  oznaczmy jako  $O$

oraz

- orbitę Ziemi traktujemy w przybliżeniu jako orbitę kołową
- odległość Ziemi od środka Słońca jest równa  $r_Z = 1,0$  au
- okres obiegu Ziemi dookoła Słońca wynosi  $T_Z = 1,00$  rok ziemski
- pomijamy wpływ innych ciał (oprócz Słońca) na ruch planetoidy  $\mathcal{R}$  oraz na ruch Ziemi.

Rysunek



Omówimy krótko zadanie 5.1. (trzecie pod względem łatwości), 5.2. (siódme pod względem łatwości) oraz pozostałe zadania wiązki. Poniżej dane statystyczne zadania 5.1. i treść.

#### Zadanie 5.1.

**Poziom wykonania:** 67,9% (zadanie umiarkowanie trudne, 3. pod względem łatwości)

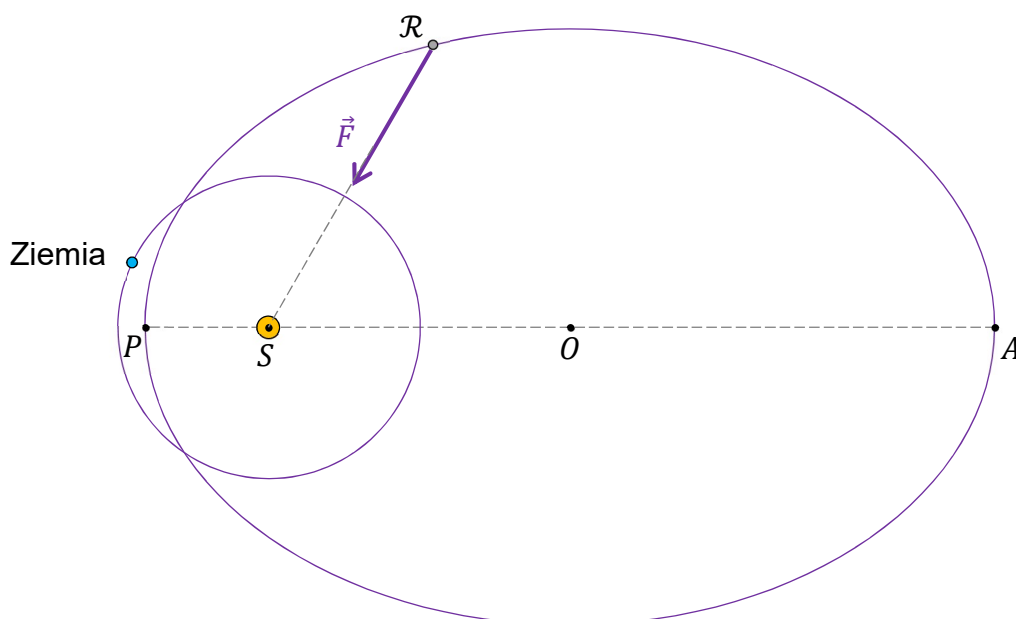
**Średni wynik:** 0,679 pkt (na 1 pkt)

**Współczynnik korelacji Pearsona:** 0,529 (zadanie dość silnie różnicowało zdających)

**Zadanie 5.1. (0–1)**

Na powyższym rysunku narysuj wektor siły  $\vec{F}$ , z jaką Słońce działa na planetoidę  $\mathcal{R}$  w oznaczonym położeniu na orbicie. Zachowaj odpowiedni kierunek, zwrot oraz punkt zaczepienia tego wektora (długość może być dowolna).

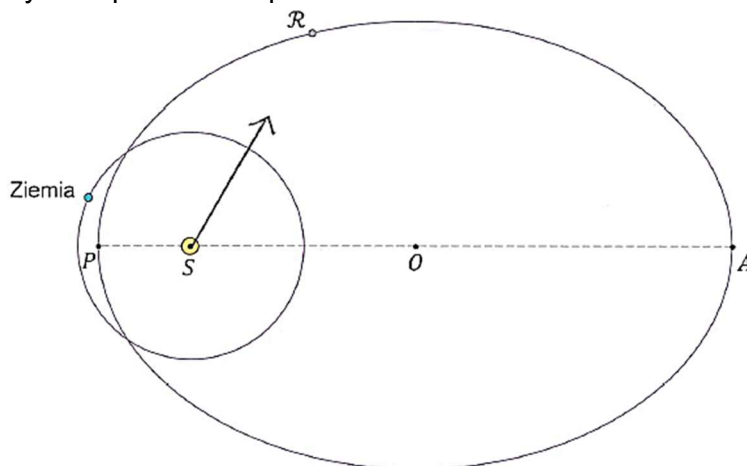
Zadanie sprawdzało umiejętność określenia kierunku, zwrotu oraz punktu przyłożenia siły grawitacji działającej na planetoidę poruszającą się po orbicie eliptycznej wokół Słońca. Kluczowe dla poprawnego rozwiązania było uwzględnienie, że zgodnie z przyjętym modelem jedyną siłą działającą na planetoidę jest siła grawitacji pochodząca od Słońca. Zatem wektor tej siły powinien być zaczepiony w punkcie odpowiadającym położeniu planetoidy i skierowany do środka  $S$  Słońca. Poprawne rozwiązanie przedstawiono poniżej:



Zadanie to było rozwiązywane poprawnie w znakomitej większości przypadków. Analiza prac zdających wykazała, że sporadycznie pojawiały się błędy polegające na narysowaniu wektora skierowanego do środka orbity, narysowaniu wektora stycznego do toru ruchu lub wybraniu nieprawidłowego punktu zaczepienia wektora.

**Przykład 19 – rozwiązania zdających**

Zdający błędnie wybiera punkt zaczepienia wektora.



**Zadanie 5.2.****Poziom wykonania:** 58,5% (zadanie umiarkowanie trudne, 7. pod względem łatwości)**Średni wynik:** 1,169 pkt (na 2 pkt)**Współczynnik korelacji Pearsona:** 0,693 (zadanie silnie różnicowało zdających)

Poniżej treść zadania.

**Zadanie 5.2. (0–2)****Oblicz  $T_{\mathcal{R}}$  – okres obiegu planetoidy  $\mathcal{R}$  wokół Słońca. Zapisz obliczenia.****Wynik podaj w latach ziemskich.**

Zadanie sprawdzało umiejętność zastosowania III prawa Keplera do wyznaczenia okresu obiegu planetoidy wokół Słońca. Kluczowe dla poprawnego rozwiązania było wyznaczenie długości pólki wielkiej orbity planetoidy na podstawie danych podanych w treści zadania, a następnie zapisanie zależności wynikającej z III prawa Keplera dla planetoidy i Ziemi. Poprawne rozwiązanie przedstawiono poniżej (skrótowo):

$$\left( \frac{T_{\mathcal{R}}^2}{a_{\mathcal{R}}^3} = \frac{T_Z^2}{a_Z^3} \quad \text{oraz} \quad a_{\mathcal{R}} = \frac{|PA|}{2} = 2,81 \text{ au} \right) \rightarrow T_{\mathcal{R}} \approx 4,7 \text{ roku}$$

Najczęstsze błędy zdających wynikały z nieprawidłowego wyznaczenia długości pólki wielkiej orbity planetoidy lub błędnego zastosowania III prawa Keplera.

Zauważmy, że – zgodnie z wartością współczynnika Pearsona – to stosunkowo łatwe zadanie silnie różnicowało zdających. Wysoki współczynnik Pearsona oznacza, że wynik tego zadania silnie korelował liniowo z wynikiem uzyskanym za cały arkusz. Wynika z tego m.in., że zdający, którzy uzyskali wysokie wyniki za cały arkusz, zazwyczaj poprawnie rozwiązywali to zadanie, natomiast dla zdających osiągających niższe wyniki za arkusz zadanie to okazywało się wyraźnie trudniejsze.

Dalej omówimy pokrótce kolejne zadania tej wiązki.

**Zadanie 5.3.****Poziom wykonania:** 51,7% (zadanie umiarkowanie trudne, 9. pod względem łatwości)**Średni wynik:** 0,517 pkt (na 1 pkt)**Współczynnik korelacji Pearsona:** 0,443 (zadanie umiarkowanie różnicowało zdających)

Poniżej treść zadania i rozwiązanie (zaznaczone na zielono).

**Zadanie 5.3. (0–1)**

Wartość przyspieszenia planetoidy  $\mathcal{R}$  w punktach  $P$  oraz  $A$  orbity oznaczmy – odpowiednio – jako  $a_P$  oraz  $a_A$ .

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**Iloraz  $\frac{a_P}{a_A}$  jest równy

A.  $\frac{|SA|}{|SP|}$

B.  $\frac{|SP|}{|SA|}$

C.  $\left(\frac{|SA|}{|SP|}\right)^2$

D.  $\left(\frac{|SP|}{|SA|}\right)^2$

Zadanie sprawdzało umiejętność wykorzystania zależności opisującej wartość przyspieszenia ciała poruszającego się jedynie pod wpływem siły grawitacji. Kluczowe dla poprawnego rozwiązania było zauważenie, że planetoida porusza się jedynie pod wpływem siły grawitacji, a zatem wartość jej przyspieszenia jest odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości od środka Słońca. Szczegółowe rozumowanie prowadzące do odpowiedzi C jest następujące:

$$a = \frac{GM_S}{r^2} \rightarrow \frac{a_P}{a_A} = \frac{\frac{GM_S}{|SP|^2}}{\frac{GM_S}{|SA|^2}} = \frac{|SA|^2}{|SP|^2}$$

#### Zadanie 5.4.

**Poziom wykonania:** 42,8% (zadanie trudne, 12. pod względem trudności w arkuszu)

**Średni wynik:** 1,283 pkt (na 3 pkt)

**Współczynnik korelacji Pearsona:** 0,788 (zadanie silnie różnicowało zdających)

#### Zadanie 5.4. (0–3)

Oblicz  $v_A$  – wartość prędkości planetoidy  $\mathcal{R}$  w punkcie  $A$  orbity. Zapisz obliczenia.

Zadanie sprawdzało umiejętność zastosowania zasady zachowania momentu pędu do opisu ruchu planetoidy po orbicie eliptycznej wokół Słońca. W celu rozwiązania należało zauważyć, że w punktach perycentrum i apocentrum prędkość (a zatem i pęd) planetoidy jest prostopadła do promienia wodzącego, co pozwala zapisać zasadę zachowania momentu pędu w postaci:

$$m_{\mathcal{R}} v_A r_A = m_{\mathcal{R}} v_P r_P$$

Ponadto należało wyznaczyć odległość planetoidy od środka Słońca do punktu  $A$ :

$$r_A = |SA| = |PA| - |SP| = 4,81 \text{ au}$$

Dwa powyższe kroki prowadzą bezpośrednio do rozwiązania:

$$v_A = \frac{r_P}{r_A} v_P = \frac{0,81 \text{ au}}{4,81 \text{ au}} \cdot 43,29 \frac{\text{km}}{\text{s}} \approx 7,3 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Najczęstsze błędy zdających wynikały z nieprawidłowego zastosowania zasady zachowania momentu pędu lub błędnego wyznaczenia odległości  $|SA|$ .

#### Przykład 20 – rozwiązania zdających

Zdający poprawnie zapisuje równanie wynikające z zasady zachowania momentu pędu, jednak błędnie wyznacza odległości planetoidy od środka Słońca do punktu  $A$  (zapisy w czerwonej ramce), przyjmując, że  $|SA| = 2|PA| - |SP|$  (powinno być  $|SA| = |PA| - |SP|$ ).

$$v_A \cdot |SA| = v_P \cdot |SP|, \quad |SA| = 2 \cdot |PA| - |SP| = 10,43 \text{ au}$$

$$v_A = \frac{v_P \cdot |SP|}{|SA|} = \frac{43,29 \text{ km/s} \cdot 0,81 \text{ au}}{10,43 \text{ au}} = 3,36 \text{ km/s}$$

Analiza wyników uzyskanych przez zdających w zadaniach 5.1.–5.4. pokazuje, że zagadnienia związane z grawitacją i ruchem ciał niebieskich nie sprawiały maturzystom większych trudności. Większość zdających poprawnie wykorzystywała prawo powszechnego ciążenia, prawa Keplera, zasadę zachowania momentu pędu oraz zależności między parametrami orbity eliptycznej. Podobnie jak w roku 2025, zadania dotyczące ruchu po orbitach należały do zadań stosunkowo dobrze rozwiązywanych przez zdających, co może świadczyć o dobrym opanowaniu zagadnień związanych z oddziaływaniem grawitacyjnym i ruchem ciał niebieskich.

### Omówienie zadania 6.2.

#### Zadanie 6.2.

**Poziom wykonania:** 64,2% (umiarkowanie trudne, 4. pod względem łatwości w arkuszu)

**Średni wynik:** 0,642 pkt (na 1 pkt)

**Współczynnik korelacji Pearsona:** 0,634 (zadanie dość silnie różnicowało zdających)

Poniżej treść zadania i rozwiązanie (zaznaczone na zielono). Wstęp do wiązki zadań znajduje się na stronie 32 w sekcji 2. *Zadania, z którymi zdający poradzili sobie najslabiej.*

#### Zadanie 6.2. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wpisz właściwą liczbę w wy kropkowane miejsce.**

Iloraz temperatur bezwzględnych gazu w stanach  $B$  i  $A$  jest równy  $\frac{T_B}{T_A} = \text{.....}$  .

Poprawne rozwiązanie wymagało odczytania z wykresu zależności  $p(V)$  wartości ciśnienia i objętości dla stanów  $A$  i  $B$  oraz wykorzystania równania Clapeyrona. Ponieważ temperatura jest wprost proporcjonalna do iloczynu ciśnienia i objętości, to iloraz temperatur jest równy ilorazowi odpowiednich iloczynów. Zatem:

$$\frac{T_B}{T_A} = \frac{p_B V_B}{p_A V_A} = \frac{5 \cdot 25}{2 \cdot 10} = 6,25$$

To było bardzo typowe zadanie dotyczące analizy wykresu przemiany i zastosowania równania Clapeyrona. Stosunkowo wysoki poziom wykonania tego zadania oraz dosyć wysoki współczynnik korelacji zadania z arkuszem świadczą o tym, że zadanie było wyraźnie łatwiejsze dla osób osiągających wyższe wyniki, a dla osób z niskimi wynikami było trudne.

Większość zdających poprawnie wyznaczała iloraz temperatur. Pojawiały się jednak błędne odpowiedzi, wynikające przede wszystkim z błędów rachunkowych, nieuwważnego odczytywania z wykresu niezbędnych danych oraz odwracania wartości ilorazu.

### Omówienie zadania 4.3.

#### Zadanie 4.3.

**Poziom wykonania:** 64,1% (umiarkowanie trudne, 5. pod względem łatwości w arkuszu)

**Średni wynik:** 0,641 pkt (na 1 pkt)

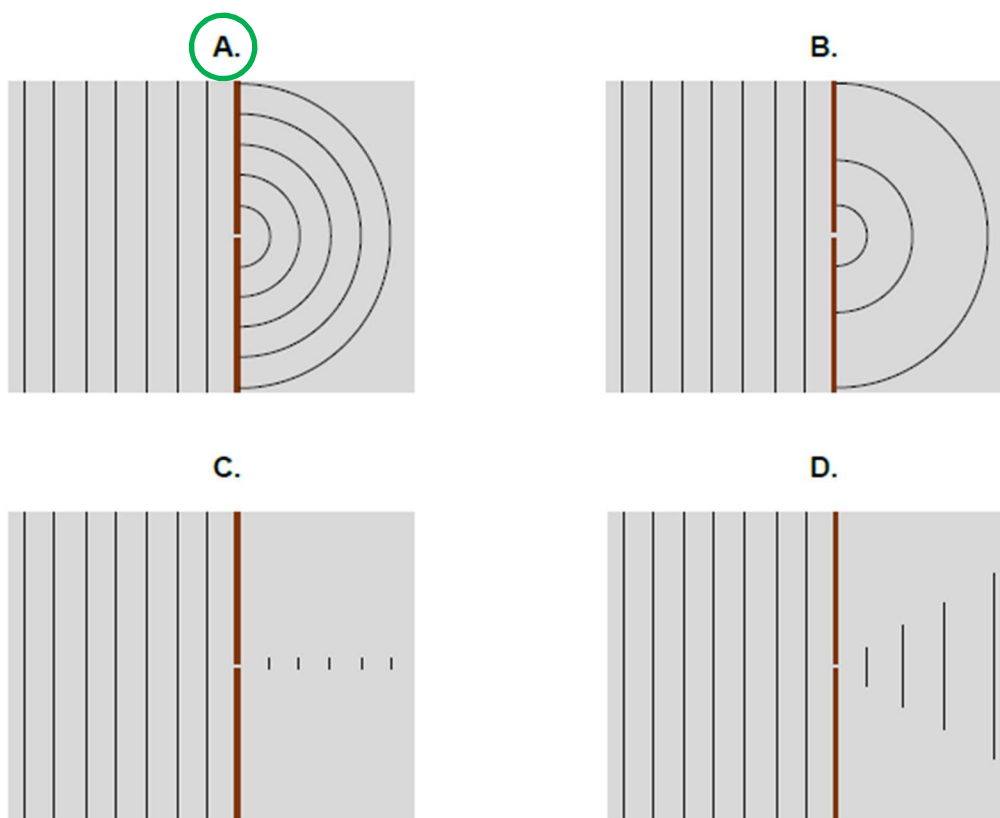
**Współczynnik korelacji Pearsona:** 0,377 (zadanie umiarkowanie różnicowało zdających)

Poniżej treść zadania i rozwiązanie (zaznaczone na zielono).

**Zadanie 4.3. (0–1)**

Załóżmy, że fala płaska  $\mathcal{F}$  dociera do przeszkody, w której jest wąska szczelina. Za i przed przeszkodą znajduje się ten sam ośrodek  $\mathcal{O}_1$ .

Na którym rysunku (spośród A–D) prawidłowo przedstawiono kolejne powierzchnie falowe po przejściu fali przez szczelinę? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.



Zadanie sprawdzało umiejętność jakościowej analizy zjawiska dyfrakcji fali mechanicznej na wąskiej szczelinie oraz rozpoznania kształtu powierzchni falowych po przejściu fali przez wąską szczelinę.

Poprawna odpowiedź wymagała rozpoznania, że po przejściu przez wąską szczelinę w przeszkodzie fala rozchodzi się w obszarze za przeszkodą w sposób charakterystyczny dla fali wychodzącej ze źródła punkowego – czyli powierzchnie falowe mają kształt półokręgów (pół – ze względu na prostoliniową przeszkodę). Należało również uwzględnić, że przed przeszkodą i za nią znajduje się ten sam ośrodek, a więc długość fali nie ulega zmianie (ponieważ częstotliwość i prędkość fali są po obu stronach przeszkody takie same). Na tych dwóch aspektach: kształcie powierzchni falowych i odległości między kolejnymi powierzchniami falowymi, należało oprzeć wybór prawidłowej odpowiedzi – w tym kontekście skonstruowano dystraktory zadania (błędne odpowiedzi).

Zadanie okazało się łatwe dla zdających. Zdający, którzy wybierali błędną odpowiedź najczęściej zaznaczali B oraz C. Wybór odpowiedzi B związany był z nieuwzględnieniem faktu, że długość fali po przejściu przez przeszkodę nie zmienia się. Z kolei wybór błędnej odpowiedzi C świadczył o nieznanym zasadzie, że punktowa przeszkoda jest źródłem fali kołowej.

### Omówienie zadania 11.1.

#### Zadanie 11.1.

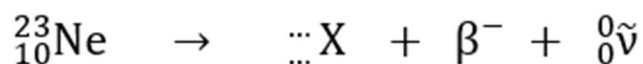
**Poziom wykonania:** 61,8% (zadanie umiarkowanie trudne, 5. pod względem łatwości)

**Średni wynik:** 1,237 pkt (na 2 pkt)

**Współczynnik korelacji Pearsona:** 0,624 (zadanie dość silnie różnicowało zdających)

#### Zadanie 11.1. (0–2)

Poniżej przedstawiono schemat rozpadu  $\beta^-$  jądra neonu  $^{23}\text{Ne}$ .



symbol (lub nazwa) pierwiastka X: .....

Uzupełnij powyższy schemat tak, aby powstało równanie rozpadu  $\beta^-$ .

Wpisz w wykropkowane miejsca w schemacie właściwe liczby: atomową i masową, a pod schematem – symbol (lub nazwę) pierwiastka X, którego jądro powstaje w tym rozpadzie.

Poprawne rozwiązanie zadania wymagało: (1) zastosowania zasad zachowania liczby nukleonów i ładunku oraz (2) wykorzystania charakterystyki cząstki  $\beta^-$  – elektronu o liczbie masowej równej 0 i liczbie atomowej równej  $-1$ . Po uwzględnieniu powyższych informacji i uzupełnieniu liczby masowej oraz liczby atomowej pierwiastka X należało zidentyfikować go w układzie okresowym pierwiastków. Poprawne rozwiązanie wygląda następująco:



symbol (lub nazwa) pierwiastka X:  $^{23}_{11}\text{Na}$  albo Na albo sól

Większość zdających poprawnie rozwiązywała zadanie. Błędy zdających, takie jak wpisanie niepoprawnej liczby atomowej lub masowej, wiązały się z nieznaną podstawowych właściwości cząstki  $\beta^-$  lub nieprawidłowym zastosowaniem zasad zachowania liczby nukleonów i ładunku.

### Podsumowanie

Analiza siedmiu najłatwiejszych zadań pokazuje dużą różnorodność zarówno sprawdzanych treści jak i wymagań. W grupie tej znalazły się zadania dotyczące różnych działów fizyki. Kluczowym okazuje się tutaj typ zadania – wszystkie najłatwiejsze zadania to albo zadania zamknięte albo zadania z luką. Były to z reguły zadania stosunkowo proste, wymagające wykorzystania niewielu elementarnych własności, rozpoznania podstawowych zależności fizycznych, interpretacji przedstawionych informacji i wykresów oraz niewymagające obliczeń.

Jednocześnie analiza odpowiedzi błędnych pokazała, że nawet w zadaniach najłatwiejszych pojawiały się trudności związane przede wszystkim z właściwą interpretacją przedstawionych informacji i zależności fizycznych.

## Wnioski i rekomendacje

Analiza wyników egzaminu maturalnego z fizyki w 2026 r. pokazuje, że tegoroczni maturzyści, podobnie jak zdający w ubiegłym roku, najslabiej poradzili sobie z zadaniami obejmującymi treści z zakresu: Dynamiki punktu materialnego, Mechaniki bryły sztywnej, Termodynamiki, Elektrostatyki, Mechaniki punktu materialnego oraz Fizyki jądrowej.

Wśród zadań, które sprawiły zdającym największe trudności, przeważały zadania otwarte obliczeniowe (np. zadania: 2.3., 3.2., 6.3., 7.2., 11.3.). Wyjątek stanowiły zadania 6.1. i 3.1., będące zadaniami zamkniętymi, nieobliczeniowymi.

Z kolei analiza rozwiązań zadań (w tym roku i w latach ubiegłych) pod względem najczęściej popełnianych błędów wskazuje na słabe opanowanie sprawdzanych na egzaminie umiejętności ogólnych i przekrojowych, takich jak:

- wyodrębniania podstawowych zjawisk fizycznych w zjawisku złożonym oraz wskazywania czynników istotnych dla ich przebiegu w celu zbudowania modelu danego zjawiska
- budowania i wykorzystywania modeli fizycznych oraz matematycznych opisujących zjawiska fizyczne
- planowania strategii rozwiązania zadania wieloetapowego oraz łączenia kilku praw i zależności fizycznych w celu uzyskania rozwiązania
- analizowania i rozwiązywania problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych, w tym poprawnego rozpoznawania warunków, w których można zastosować daną zależność
- rozumienia fizycznego sensu wzorów i zależności oraz poprawnego interpretowania występujących w nich wielkości fizycznych
- wyodrębniania z informacji przedstawionych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków danych niezbędnych do rozwiązania zadania oraz ich właściwej interpretacji
- przedstawiania informacji w różnej postaci, w tym przekładania opisu słownego na zapis matematyczny, graficzny lub wektorowy
- posługiwania się wielkościami wektorowymi (w tym wyznaczania wektora wypadkowego)
- dokonywania poprawnych przekształceń algebraicznych wyrażeń wiążących wielkości fizyczne (w tym wyrażeń zawierających logarytmy)
- wykonywania poprawnych obliczeń rachunkowych
- zapisywania wyniku obliczeń wraz z właściwą jednostką, z odpowiednim zaokrągleniem i liczbą cyfr znaczących oraz dokonywania krytycznej analizy jego sensu fizycznego
- wyciągania i formułowania wniosków na podstawie informacji przedstawionych w zadaniu, przyjętych założeń i otrzymanych wyników.

Spostrzeżenia i wnioski wynikające z analizy poziomu wykonania zadań oraz analizy typowych błędów popełnianych przez zdających:

1. Najłatwiejsze dla zdających są zadania sprawdzające pojedyncze, mało złożone umiejętności, wymagające przede wszystkim rozpoznania podstawowych zjawisk, pojęć, praw i zależności fizycznych oraz ich bezpośredniego zastosowania lub przeprowadzenia prostej analizy jakościowej. Dotyczy to przede wszystkim zadań zamkniętych (zadania: 7.1., 1.1., 4.3., 8.2., 5.3.) ale również zadań otwartych z luką (zadania: 5.1., 6.2., 11.1.). Również zadania otwarte obliczeniowe, których schemat rozwiązania jest znany i nie wymaga złożonego rozumowania, nie sprawiają zdającym większych problemów (zadania: 5.2., 10., 1.2.).

2. Jak się okazuje, zadania jednoetapowe, wymagające zastosowania jednego wzoru, również sprawiają zdającym trudności. Dotyczy to szczególnie sytuacji, w których przed zastosowaniem danego wzoru konieczne jest rozpoznanie sytuacji fizycznej, właściwe odczytanie i zinterpretowanie danych oraz określenie warunków, w których dany wzór ma zastosowanie. Dotyczy to zadania 4.1., które uzyskało poziom wykonania 49,5% i było 17. pod względem trudności zadaniem w arkuszu (na 28 wszystkich zadań).
3. Zadania dotyczące jednego zagadnienia lub zjawiska fizycznego, ale przedstawionego w nietypowy sposób, również sprawiają zdającym znaczne trudności. Dotyczy to w szczególności zadań, w których niezbędne do rozwiązania dane przedstawiono na wykresie (zadania: 1.3., 6.1., 11.3.) lub rysunku (zadania: 7.2., 8.1.).
4. Najtrudniejsze dla zdających są zadania złożone – zwykle są to zadania otwarte – do rozwiązania których wymagane jest zbudowanie odpowiedniego modelu analizowanego zjawiska, określenia czynników istotnych dla jego przebiegu, sformułowania poprawnego opisu matematycznego zależności między wielkościami fizycznymi oraz wykonania odpowiednich przekształceń algebraicznych prowadzących do rozwiązania problemu fizycznego (zadania: 2.3., 3.2., 6.3., 7.2., 11.3.). Wśród najtrudniejszych dla zdających znalazły się również zadania zamknięte, m.in. zadania 2.2., 3.1., 6.1. i 11.2. Pokazuje to, że o trudności zadania nie decyduje wyłącznie jego forma (zadanie otwarte czy zamknięte), lecz przede wszystkim liczba i złożoność operacji rozumowania, które zdający musi wykonać w celu rozwiązania problemu. Nawet zadania zamknięte mogą wymagać połączenia kilku informacji, rozpoznania właściwego prawa lub zależności, ich odpowiedniej interpretacji oraz wyciągnięcia wniosku pozwalającego na wybór poprawnej odpowiedzi.
5. Dla wielu zdających największą trudnością jest przejście od jakościowej analizy zjawiska do jego ilościowego opisu. Zdający potrafią rozpoznać zjawisko lub wskazać właściwe prawo fizyczne, ale nie zawsze potrafią wykorzystać tę wiedzę do poprawnego przeprowadzenia rozwiązania, co jest widoczne m.in. w zadaniu 8.1.
6. Istotną przeszkodą w uzyskaniu poprawnego rozwiązania są błędy rachunkowe oraz błędy w przekształceniach algebraicznych, pojawiające się na różnych etapach rozwiązania zadania. Szczególnie widoczne jest to na przykładzie zadania 11.3., w którym zdający popełniają błędy w działaniach na logarytmach, w tym w niepoprawnym stosowaniu ich własności i przekształcaniu wyrażeń zawierających logarytmy.
7. Poważną przeszkodą w uzyskaniu poprawnego wyniku jest często niekonsekwentne stosowanie konwencji znaków przy zapisie i wykorzystaniu pierwszej zasady termodynamiki, w szczególności w odniesieniu do ciepła i pracy (zadanie 6.3.).
8. Widoczne są również trudności z wyciąganiem właściwych wniosków na podstawie informacji zawartych w treści zadania oraz przyjętych założeń (zadania: 2.3., 3.2, 11.3.). Trudności sprawia także krytyczne analizowanie otrzymanego wyniku. Zdający nie zawsze weryfikują, czy uzyskana wartość jest zgodna z sytuacją fizyczną opisaną w zadaniu, czy ma właściwą jednostkę oraz czy przyjęte założenia i wykonane przekształcenia prowadzą do wyniku mającego sens fizyczny.
9. Często przyczyną niepoprawnych rozwiązań jest nieuważna analiza treści zadania i nieuwzględnianie wymagań zawartych w poleceniu, np. dotyczących liczby cyfr znaczących (zadanie 10.) lub konieczności wyprowadzenia wzoru i zapisania go w zależności od wskazanych wielkości fizycznych (zadania: 3.2., 7.2.).
10. W arkuszu znalazły się również zadania otwarte wymagające wykonania działań graficznych, takich jak narysowanie wektora, wykonanie konstrukcji geometrycznej czy określenie kierunku biegu fali i dorysowanie powierzchni falowych. W zadaniu 2.1. należało konstrukcyjnie wyznaczyć środek okręgu, a następnie określić promień tego

okręgu. W zadaniu 4.4. konieczne było dorysowanie kierunku biegu fali w drugim ośrodku oraz odpowiednie rozmieszczenie powierzchni falowych. Z kolei w zadaniu 5.1. należało poprawnie narysować wektor siły grawitacji, uwzględniając jego kierunek, zwrot i punkt przyłożenia. Tego typu zadania, mimo że wymagały wykonania pozornie prostych czynności graficznych, wymagały przede wszystkim dokładnej analizy przedstawionej sytuacji, rozumienia opisywanego zjawiska oraz dostrzeżenia jego fizycznej istoty, a następnie przełożenia tej wiedzy na poprawny zapis graficzny.

11. Pojawiały się również rozwiązania wskazujące na niepełne rozumienie analizowanego zjawiska, prowadzące do mylenia wielkości fizycznych i stosowania niewłaściwych zależności, m.in. w zadaniach 6.3., 7.2., oraz 11.3.
12. Nieczytelny i chaotyczny zapis kolejnych etapów rozwiązania może prowadzić do pomyłek, błędów w rozumowaniu i w konsekwencji do uzyskania niepoprawnego wyniku.

Mając na uwadze sformułowane powyżej wnioski i spostrzeżenia, rekomenduje się, aby podczas przygotowywania uczniów do egzaminu maturalnego z fizyki zwrócić szczególną uwagę na:

- ugruntowanie wiedzy fizycznej, obejmujące rozumienie fizycznego sensu wzorów i zależności, znajomość warunków ich stosowania oraz konsekwentne stosowanie konwencji znaków, w szczególności w termodynamice (a także w optyce)
- budowanie i wykorzystywanie modeli fizycznych i matematycznych, w tym planowanie strategii rozwiązania, łączenie kilku praw i zależności fizycznych oraz przechodzenie od jakościowej analizy zjawiska do jego opisu ilościowego
- wnikliwą analizę treści zadania, wykresów, schematów i rysunków, w celu wyodrębnienia niezbędnych informacji, właściwej interpretacji przedstawionej sytuacji oraz dostrzeżenia fizycznej istoty zjawiska
- posługiwanie się wielkościami wektorowymi, w tym poprawne określanie kierunku, zwrotu i punktu przyłożenia wektora oraz wykonywanie działań na wektorach
- staranne wykonywanie konstrukcji i rysunków ilustrujących zjawiska fizyczne
- dokładne i uporządkowane zapisywanie rozwiązania, obejmujące zapis istotnych danych, niezbędnych praw i zależności, jednoznaczne oznaczenia wielkości fizycznych, wykonane obliczenia oraz wynik zapisany z właściwym zaokrągleniem i jednostką, zgodnie z wymaganiami polecenia
- staranne wykonywanie przekształceń algebraicznych i obliczeń oraz weryfikowanie otrzymanego wyniku poprzez analizę jego wartości, jednostki i sensu fizycznego
- uważne czytanie poleceń i realizowanie wszystkich określonych w nich wymagań
- ćwiczenie zadań złożonych (otwartych lub zamkniętych), wymagających przeprowadzenia wielu kroków prowadzących do rozwiązania (lub wyboru odpowiedzi), w szczególności gdy dane niezbędne do rozwiązania zadania przedstawione są w różnej postaci (np. na wykresie czy rysunku) oraz dotyczą trudnych dla zdających zagadnień
- rozwijanie umiejętności wykorzystywania wiedzy fizycznej w sytuacjach problemowych, wymagających samodzielnej analizy, budowania modelu, planowania strategii rozwiązania i łączenia różnych informacji, a nie tylko odtwarzania zapamiętanych praw, wzorów i zależności.