Informator o egzaminie maturalnym

od 2010 roku

matematyka

Warszawa 2007

Opracowano w Centralnej Komisji Egzaminacyjnej
we współpracy z okręgowymi komisjami egzaminacyjnymi

SPIS TREŚCI

I. WSTĘP

Oddajemy do rąk Państwa **Informator** o egzaminie maturalnym z matematyki w nadziei, że pomoże w przygotowaniu się do egzaminu maturalnego w roku 2010 i następnych sesjach egzaminacyjnych. Znajdą w nim Państwo informacje o podstawowych aktach prawnych regulujących zasady przeprowadzania egzaminów, tekst **Standardów wymagań egzaminacyjnych**, opis wymagań egzaminacyjnych wraz z przykładowymi zadaniami egzaminacyjnymi.

W maju 2010 r. matematykę będą zdawać wszyscy przystępujący do matury jako przedmiot obowiązkowy.

O zasadach tego egzaminu informujemy trzy lata przed jego przeprowadzeniem ponieważ uległa zmianie podstawa programowa z matematyki, a standardy wymagań egzaminacyjnych zostały zmienione po to aby były w pełni z nią zgodne. Chcemy przekazać Państwu rzetelną informację, licząc na wszelkie uwagi i komentarze, które być może wskażą na konieczność pewnych usprawnień w przeprowadzaniu tego egzaminu.

Sugerujemy zatem uważne zapoznanie się z **Informatorem**. Jest to ważne zarówno dla Państwa, jak i dla nas. Państwo dowiedzą się, jak będzie wyglądał egzamin, natomiast ewentualne uwagi i komentarze będą przydatne do poprawy jakości i rzetelności egzaminu oraz sposobów informowania o nim.

Państwa sukces podczas egzaminu to również nasza satysfakcja. Życzymy zatem sukcesu!

Dyrektor Centralnej Komisji Egzaminacyjnej

Marek Legutko

II. PODSTAWY PRAWNE EGZAMINU

Podstawowym aktem prawnym wprowadzającym zewnętrzny system oceniania jest ustawa o systemie oświaty z 1991 roku wraz z późniejszymi zmianami (DzU z 2004 r. nr 256, poz. 2572 z późniejszymi zmianami).

Aktami prawnymi regulującymi przeprowadzanie egzaminów maturalnych są:

1. Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 30 kwietnia 2007 r. w sprawie warunków i sposobu oceniania, klasyfikowania i promowania uczniów i słuchaczy oraz przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów w szkołach publicznych. (DzU z 2007 r. Nr 83, poz. 562 z późniejszymi zmianami).

2. Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 sierpnia 2007 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów.

3. Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 19 października 1999 r. w sprawie wymagań, jakim powinni odpowiadać egzaminatorzy okręgowych komisji egzaminacyjnych oraz warunków wpisywania i skreślania egzaminatorów z ewidencji egzaminatorów (DzU z 1999 r. Nr 93, poz.1071).

III. MATURA W PYTANIACH UCZNIÓW

1. Dlaczego zostały zmienione standardy wymagań egzaminacyjnych?	Uległa zmianie podstawa programowa z matematyki, zaś standardy wymagań egzaminacyjnych muszą być zgodne z obowiązującą podstawą.
2. Jaka jest struktura nowych standardów wymagań?	Nowe standardy wymagań egzaminacyjnych mają dwie części. Pierwsza część opisuje pięć podstawowych obszarów umiejętności matematycznych. Druga część podaje listę szczegółowych umiejętności, których opanowanie będzie sprawdzane na egzaminie maturalnym. Lista ta ściśle odpowiada hasłom z podstawy programowej.
3. Dlaczego wybrano taką strukturę standardów?	W analizach porównawczych systemów edukacyjnych w ramach Unii Europejskiej, matematyka stanowi obecnie bardzo ważny element jako podstawowy czynnik warunkujący postęp naukowo-techniczny Europy. Nowe ujęcie standardów wydobywa na plan pierwszy podstawowe cele kształcenia uczniów w zakresie matematyki: umiejętność modelowania, myślenia strategicznego i rozumowania. Matematyki uczymy po to, by uczeń nauczył się rozumować, planować strategię itp., a nie wyłącznie po to, by umiał rozwiązać równanie kwadratowe lub nierówność. Taki sposób formułowania wymagań jest obecnie powszechnie przyjęty w świecie, zarówno przez systemy egzaminacyjne, jak i przez międzynarodowe badania porównawcze, np. badania OECD PISA.
4. Jaki efekt przyniesie ta zmiana dla zdających egzamin maturalny?	W warstwie praktycznej – nic się nie zmieni. Zdający nadal będzie musiał po prostu jak najlepiej rozwiązać pewną liczbę zadań. Zadania te w większości nie będą odbiegać od tych, jakie znamy z dotychczasowych sesji egzaminu maturalnego. Klasyfikacja tych zadań w ramach schematu ogólnych umiejętności nie ma znaczenia dla samego procesu zdawania egzaminu. Jednakże uczeń, który chce sobie zapewnić dobry wynik, gwarantujący przyjęcie na renomowaną uczelnię, powinien liczyć się z tym, że sama znajomość podstawowych algorytmów nie gwarantuje sukcesu – powinien poświęcić także pewną ilość czasu na zadania, w których będzie ćwiczył umiejętność rozumowania.
5. Jak sprawdzane są prace i ogłaszane wyniki matur?	1. Poszczególne arkusze egzaminacyjne z każdego przedmiotu są sprawdzane i oceniane przez egzaminatorów zewnętrznych, przeszkolonych przez okręgowe komisje egzaminacyjne i wpisanych do ewidencji egzaminatorów. Każdy oceniony arkusz jest weryfikowany przez egzaminatora zwanego weryfikatorem. 2. Wynik egzaminu jest wyrażony w procentach. 3. Wynik egzaminu z dodatkowego przedmiotu, nie ma wpływu na zdanie egzaminu, ale odnotowuje się go na świadectwie dojrzałości. 4. Komisja okręgowa sporządza listę osób, zawierającą uzyskane przez te osoby wyniki, i przesyła ją do szkoły wraz ze świadectwami dojrzałości.

6. Kiedy egzamin maturalny uznawany jest za zdany?	Egzamin jest **zdany**, jeżeli zdający z każdego z trzech obowiązkowych przedmiotów (w przypadku języków zarówno w części ustnej, jak i pisemnej), uzyskał minimum 30% punktów możliwych do uzyskania za dany egzamin na zadeklarowanym poziomie. Zdający otrzymuje świadectwo dojrzałości i jego odpis wydane przez komisję okręgową.
7. Kiedy egzamin maturalny uznawany jest za niezdany?	Egzamin uważa się za **niezdany** jeżeli: a) zdający z któregokolwiek egzaminu obowiązkowego, w części ustnej lub pisemnej, otrzymał mniej niż 30% punktów możliwych do uzyskania na zadeklarowanym poziomie, b) w trakcie egzaminu stwierdzono, że zdający pracuje niesamodzielnie i jego egzamin został przerwany i unieważniony, c) w trakcie sprawdzania prac egzaminator stwierdził niesamodzielność rozwiązywania zadań egzaminacyjnych i unieważniono egzamin.
8. Czy prace maturalne po sprawdzeniu będą do wglądu dla zdającego?	Na wniosek zdającego komisja okręgowa udostępnia **zdającemu** do wglądu sprawdzone arkusze, w miejscu i czasie określonym przez dyrektora OKE.
9. Czy matura zapewni dostanie się na wybrany kierunek studiów?	Matura nie daje gwarancji automatycznego dostania się na studia. Warunki rekrutacji na daną uczelnię ustala senat tej uczelni. Ustawa o szkolnictwie wyższym zastrzega, że uczelnie nie będą organizować egzaminów wstępnych dublujących maturę. To znaczy, jeżeli kandydat na studia zdał na maturze egzamin z wymaganego na dany wydział przedmiotu, to jego wynik z egzaminu maturalnego będzie brany pod uwagę w postępowaniu kwalifikacyjnym.

IV. STRUKTURA I FORMA EGZAMINU

Egzamin maturalny z matematyki jest egzaminem pisemnym sprawdzającym wiadomości i umiejętności określone w *Standardach wymagań egzaminacyjnych* i polega na rozwiązaniu zadań zawartych w arkuszach egzaminacyjnych.

Opis egzaminu z matematyki zdawanej jako przedmiot obowiązkowy

Egzamin maturalny z matematyki zdawanej jako przedmiot obowiązkowy może być zdawany na poziomie podstawowym albo rozszerzonym. Wyboru poziomu zdający dokonuje w deklaracji składanej do dyrektora szkoły.

1. Egzamin na **poziomie podstawowym** trwa 120 minut i polega na rozwiązaniu zadań egzaminacyjnych sprawdzających rozumienie pojęć i umiejętność ich zastosowania w życiu codziennym oraz zadań o charakterze problemowym. Zadania egzaminacyjne obejmują zakres wymagań dla poziomu podstawowego.
2. Egzamin na **poziomie rozszerzonym** trwa 180 minut i polega na rozwiązaniu zadań egzaminacyjnych wymagających rozwiązywania problemów matematycznych. Zadania egzaminacyjne obejmują zakres wymagań dla poziomu rozszerzonego z uwzględnieniem umiejętności wymaganych na poziomie podstawowym.

Zasady oceniania arkuszy egzaminacyjnych

1. Prace egzaminacyjne sprawdzają i oceniają egzaminatorzy powołani przez dyrektora okręgowej komisji egzaminacyjnej.
2. Rozwiązania poszczególnych zadań oceniane są na podstawie szczegółowych kryteriów oceniania, jednolitych w całym kraju.
3. Egzaminatorzy w szczególności zwracają uwagę na:
   - poprawność merytoryczną rozwiązań,
   - kompletność prezentacji rozwiązań zadań – wykonanie cząstkowych obliczeń i przedstawienie sposobu rozumowania.
4. Ocenianiu podlegają tylko te fragmenty pracy zdającego, które dotyczą polecenia. Komentarze, nawet poprawne, nie mające związku z poleceniem nie podlegają ocenianiu.
5. Gdy do jednego polecenia zdający podaje kilka rozwiązań (jedno prawidłowe, inne błędne), to egzaminator nie przyznaje punktów.
6. Za całkowicie poprawne rozwiązania zadań, uwzględniające inny tok rozumowania niż podany w schemacie punktowania, przyznaje się maksymalną liczbę punktów.
7. Zapisy w brudnopisie nie są oceniane.
8. Zdający egzamin maturalny z matematyki zdawanej jako przedmiot obowiązkowy **zdał egzamin,** jeżeli otrzymał co najmniej 30% punktów możliwych do uzyskania na wybranym przez siebie poziomie.
9. Wynik egzaminu maturalnego z matematyki ustalony przez komisję okręgową jest ostateczny.

V. WYMAGANIA EGZAMINACYJNE

Standardy wymagań egzaminacyjnych

Zdający posiada umiejętności w zakresie:

POZIOM PODSTAWOWY	POZIOM ROZSZERZONY
1. wykorzystania i tworzenia informacji:	
interpretuje tekst matematyczny i formułuje uzyskane wyniki	używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników
2. wykorzystania i interpretowania reprezentacji:	
używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych	rozumie i interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi
3. modelowania matematycznego:	
dobiera model matematyczny do prostej sytuacji	buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia
4. użycia i tworzenia strategii:	
stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania	tworzy strategię rozwiązania problemu
5. rozumowania i argumentacji:	
prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków.	tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność.

Zdający demonstruje poziom opanowania powyższych umiejętności, rozwiązując zadania, w których:

POZIOM PODSTAWOWY	POZIOM ROZSZERZONY
1) liczby rzeczywiste a) planuje i wykonuje obliczenia na liczbach rzeczywistych; w szczególności oblicza pierwiastki, w tym pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych, b) bada, czy wynik obliczeń jest liczbą wymierną, c) wyznacza rozwinięcia dziesiętne; znajduje przybliżenia liczb; wykorzystuje pojęcie błędu przybliżenia, d) stosuje pojęcie procentu i punktu procentowego w obliczeniach, e) posługuje się pojęciem osi liczbowej i przedziału liczbowego; zaznacza przedziały na osi liczbowej,	jak na poziomie podstawowym oraz: a) stosuje twierdzenie o rozkładzie liczby naturalnej na czynniki pierwsze; wyznacza największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność pary liczb naturalnych, b) stosuje wzór na logarytm potęgi i wzór na zamianę podstawy logarytmu,

f) wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną, zaznacza na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu: $\lvert x - a \rvert = b$, $\lvert x - a \rvert > b$, $\lvert x - a \rvert < b$, g) oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych oraz stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i rzeczywistych, h) zna definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym,	
2) wyrażenia algebraiczne: a) posługuje się wzorami skróconego mnożenia: $(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$, $a^2 - b^2$, $a^3 \pm b^3$, b) rozkłada wielomian na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias, c) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany, d) wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych i kwadratowych za pomocą przekształceń opisanych w punkcie b), e) oblicza wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej, f) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli wyrażenia wymierne; skraca i rozszerza wyrażenia wymierne,	jak na poziomie podstawowym oraz: a) posługuje się wzorem $(a - 1)(1 + a + ...+ a^{n-1}) = a^n - 1$, b) wykonuje dzielenie wielomianu przez dwumian $x-a$; stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian $x-a$, c) stosuje twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych,
3) równania i nierówności: a) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe; zapisuje rozwiązanie w postaci sumy przedziałów, b) rozwiązuje zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do równań i nierówności kwadratowych, c) rozwiązuje układy równań, prowadzące do równań kwadratowych, d) rozwiązuje równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki, e) rozwiązuje proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych, np. $\frac{x+1}{x+3} = 2$;	jak na poziomie podstawowym oraz: a) stosuje wzory Viète'a, b) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem, przeprowadza dyskusję i wyciąga z niej wnioski, c) rozwiązuje równania i nierówności wielomianowe, d) rozwiązuje proste równania i nierówności wymierne, np. $\frac{x+1}{x+3} > 2$; $\frac{x+1}{x} < 3$, e) rozwiązuje proste równania i nierówności z wartością bezwzględną, typu:

$\frac{x+1}{x} = 2x$, f) rozwiązuje zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do prostych równań wymiernych,	$\lvert\lvert x+1\rvert + 2\rvert > 3$ i $\lvert x+1\rvert + \lvert x+2\rvert < 3$,
4) funkcje: a) określa funkcję za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego, b) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę i zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie, maleje, ma stały znak, c) sporządza wykres funkcji spełniającej podane warunki, d) potrafi na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykresy funkcji $y = f(x+a)$, $y = f(x)+a$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, e) sporządza wykresy funkcji liniowych, f) wyznacza wzór funkcji liniowej, g) wykorzystuje interpretację współczynników we wzorze funkcji liniowej, h) sporządza wykresy funkcji kwadratowych, i) wyznacza wzór funkcji kwadratowej, j) wyznacza miejsca zerowe funkcji kwadratowej, k) wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym, l) rozwiązuje zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do badania funkcji kwadratowej, m) sporządza wykres, odczytuje własności i rozwiązuje zadania umieszczone w kontekście praktycznym związane z proporcjonalnością odwrotną, n) sporządza wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw i rozwiązuje zadania umieszczone w kontekście praktycznym,	jak na poziomie podstawowym oraz: mając dany wykres funkcji $y = f(x)$ potrafi naszkicować: a) wykres funkcji $y = \lvert f(x)\rvert$, b) wykresy funkcji $y = c \cdot f(x)$, $y = f(c \cdot x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, c) wykres będący efektem wykonania kilku operacji, na przykład $y = \lvert f(x+2) - 3\rvert$, d) wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw, e) rozwiązuje zadania (również umieszczone w kontekście praktycznym) z wykorzystaniem takich funkcji,

5) ciągi liczbowe: a) wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym, b) bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny, c) stosuje wzory na n-ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym,	jak na poziomie podstawowym oraz wyznacza wyrazy ciągów zdefiniowanych rekurencyjnie,
6) trygonometria: a) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów ostrych, b) rozwiązuje równania typu $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\mathrm{tg}x = a$, dla $0^\circ < x < 90^\circ$, c) stosuje proste związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego, d) znając wartość jednej z funkcji trygonometrycznych, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego,	jak na poziomie podstawowym oraz: a) stosuje miarę łukową i miarę stopniową kąta, b) wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta, przez sprowadzenie do przypadku kąta ostrego, c) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych przy rozwiązywaniu nierówności typu $\sin x < a$, $\cos x > a$, $\mathrm{tg}x > a$, d) stosuje związki: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, $\mathrm{tg}x = \frac{\sin x}{\cos x}$ oraz wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów w dowodach tożsamości trygonometrycznych, e) rozwiązuje równania i nierówności trygonometryczne, na przykład $\sin 2x = \frac{1}{2}$, $\sin^2 x + \cos x = 1$, $\cos 2x < \frac{1}{2}$
7) planimetria: a) korzysta ze związków między kątem środkowym, kątem wpisanym i kątem między styczną a cięciwą okręgu, b) wykorzystuje własności figur podobnych w zadaniach, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym, c) znajduje związki miarowe w figurach płaskich, także z zastosowaniem trygonometrii, również w zadaniach umieszczonych w kontekście praktycznym, d) określa wzajemne położenie prostej i okręgu,	jak na poziomie podstawowym oraz: a) stosuje twierdzenia charakteryzujące czworokąty wpisane w okrąg i czworokąty opisane na okręgu, b) stosuje twierdzenie o związkach miarowych między odcinkami stycznych i siecznych, c) stosuje własności figur podobnych i jednokładnych w zadaniach, także umieszczonych w kontekście praktycznym, d) znajduje związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów,

8) geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej: a) wykorzystuje pojęcie układu współrzędnych na płaszczyźnie, b) podaje równanie prostej w postaci $Ax + By + C = 0$ lub $y = ax + b$, mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik a w równaniu kierunkowym, c) bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych, d) interpretuje geometrycznie układ dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi, e) oblicza odległości punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej, f) wyznacza współrzędne środka odcinka, g) posługuje się równaniem okręgu $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$,	jak na poziomie podstawowym oraz: a) interpretuje geometrycznie nierówność liniową z dwiema niewiadomymi i układy takich nierówności, b) rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia prostej i okręgu, oraz dwóch okręgów na płaszczyźnie kartezjańskiej, c) oblicza odległość punktu od prostej, d) opisuje koła za pomocą nierówności, e) oblicza współrzędne oraz długość wektora; dodaje i odejmuje wektory oraz mnoży je przez liczbę, f) interpretuje geometrycznie działania na wektorach, g) stosuje wektory do rozwiązywania zadań, a także do dowodzenia własności figur, h) stosuje wektory do opisu przesunięcia wykresu funkcji,
9) stereometria: a) wskazuje i oblicza kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami takimi jak krawędzie, przekątne, wysokości, b) wyznacza związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii,	jak na poziomie podstawowym oraz a) wyznacza przekroje wielościanów płaszczyzną, b) stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych,
10) elementy statystyki opisowej; teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka: a) oblicza średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę i odchylenie standardowe danych; interpretuje te parametry dla danych empirycznych, b) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych; stosuje zasadę mnożenia, c) wykorzystuje sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń, d) wykorzystuje własności prawdopodobieństwa i stosuje twierdzenie znane jako klasyczna definicja prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń.	jak na poziomie podstawowym oraz wykorzystuje wzory na liczbę permutacji, kombinacji i wariacji do zliczania obiektów w sytuacjach kombinatorycznych.

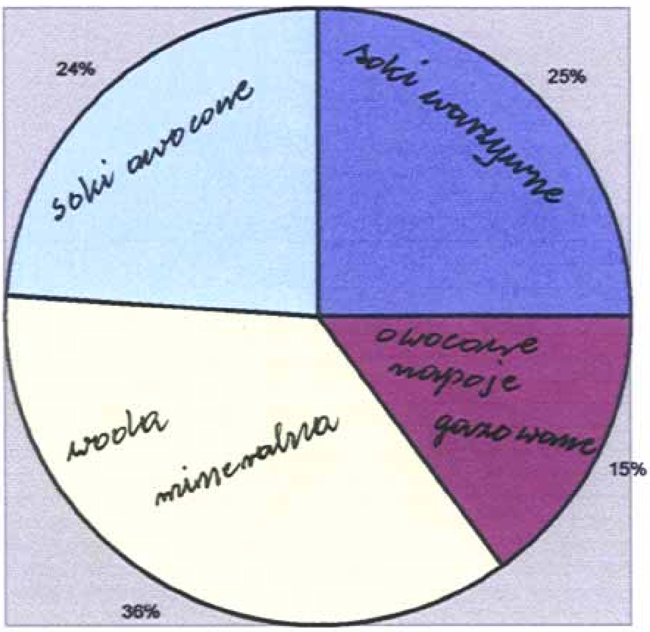
VI. PRZYKŁADOWE ZADANIA

Zdający posiada umiejętności w zakresie:

POZIOM PODSTAWOWY	POZIOM ROZSZERZONY
1) wykorzystania i tworzenia informacji:	
interpretuje tekst matematyczny i formułuje uzyskane wyniki	używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników
Zdający potrafi: • odczytać informację bezpośrednio wynikającą z treści zadania • zastosować podany wzór lub podany przepis postępowania • wykonać rutynową procedurę dla typowych danych • przejrzyście zapisać przebieg i wynik obliczeń oraz uzyskaną odpowiedź	Zdający potrafi wszystko to, co na poziomie podstawowym oraz: • wykonać rutynową procedurę na niekoniecznie typowych danych • odczytać informację z wykorzystaniem więcej niż jednej postaci danych • precyzyjnie przedstawić przebieg swojego rozumowania

Przykładowe zadania (poziom podstawowy):

1. Diagram przedstawia wyniki ankiety, w której ankietowani odpowiedzieli na pytanie, jakie napoje piją między posiłkami. Ankietowani wybierali tylko jeden z czterech rodzajów napojów.



Na podstawie informacji przedstawionych na diagramie oblicz:

- ile procent badanych osób pije soki owocowe lub wodę mineralną,
- ile procent badanych osób nie pije owocowych napojów gazowanych,
- ile procent badanych osób nie pije soków warzywnych i nie pije wody mineralnej.

2. Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = (-1)^n \frac{2-n}{n^2}$ dla $n = 1,2,3...$. Oblicz a_2, a_4 i a_5.

3. Przedstaw $\dfrac{4^{-1} - 3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{5-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}}$ w postaci nieskracalnego ułamka zwykłego.

4. Podaj miejsca zerowe funkcji określonych dla wszystkich liczb rzeczywistych x:

$f(x) = x(x+2)$, $g(x) = (x-5)(x+2)$, $h(x) = (5-2x)(2x+1)$.

5. Oblicz $a-b$, gdy $a = \sin^4\alpha - \cos^4\alpha$, $b = 1 - 4\sin^2\alpha\cos^2\alpha$ dla $\alpha = 60^\circ$.

6. Wskaż równanie okręgu o środku w punkcie $S = (-1,2)$ i promieniu $r = \sqrt{2}$:

a) $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 2$,

b) $(x+1)^2 + (y-2)^2 = \sqrt{2}$,

c) $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 2$,

d) $(x+1)^2 - (y-2)^2 = \sqrt{2}$.

Przykładowe zadania (poziom rozszerzony):

7. Oblicz $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}} - \sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^2$.

8. Miary dwóch kątów trójkąta wynoszą $\frac{\pi}{6}$ i $\frac{\pi}{5}$. Oblicz miarę trzeciego kąta. Odpowiedź podaj w stopniach.

9. Dane jest równanie $\sin x = a^2 + 1$, z niewiadomą x. Wyznacz wszystkie wartości parametru a, dla których dane równanie nie ma rozwiązań.

10. Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \begin{cases} x+5 & \text{dla} \quad x < -5 \\ -x+2 & \text{dla} \quad -5 \le x < 5 \\ x-6 & \text{dla} \quad x \ge 5 \end{cases}$. Miejscami zerowymi tej funkcji są liczby

a) –5, 2, 6.

b) 2, 6.

c) –5, 2.

d) –5, –2, 6.

2) wykorzystania i interpretowania reprezentacji:	
używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych	rozumie i interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi
Zdający potrafi: • poprawnie wykonywać działania na liczbach i przedziałach liczbowych, przekształcać wyrażenia algebraiczne, rozwiązywać niezbyt złożone równania, ich układy oraz nierówności, odczytywać z wykresu własności funkcji, sporządzać wykresy niektórych funkcji, znajdować stosunki miarowe w figurach płaskich i przestrzennych (także z wykorzystaniem układu współrzędnych lub trygonometrii), zliczać obiekty i wyznaczać prawdopodobieństwo w prostych sytuacjach kombinatorycznych • zastosować dobrze znaną definicję lub twierdzenie w typowym kontekście	Zdający potrafi wszystko to, co na poziomie podstawowym, także: • w odniesieniu do bardziej złożonych obiektów matematycznych, a ponadto potrafi podać przykład obiektu matematycznego spełniającego zadane warunki

Przykładowe zadania (poziom podstawowy):

1. Na osi liczbowej zaznaczono przedział A złożony z tych liczb rzeczywistych, których odległość od punktu 1 jest niewiększa od 4,5. Przedział A przesunięto wzdłuż osi o 2 jednostki w kierunku dodatnim, otrzymując przedział B. Wyznacz wszystkie liczby całkowite, które należą jednocześnie do A i do B.

2. Rozwiąż równanie $x + x^3 = 1 + x^2$.

3. Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = 2x^2 - 4x + 11$ w przedziale $A = \langle 0,\ 4 \rangle$.

4. Pan Kowalski planując wyjazd na wakacje letnie w następnym roku postanowił założyć lokatę, wpłacając do banku 2000 zł na okres jednego roku. Ma do wyboru trzy rodzaje lokat:

- lokata A – oprocentowanie w stosunku rocznym 5%, kapitalizacja odsetek po roku,
- lokata B – oprocentowanie w stosunku rocznym 4,8%, kapitalizacja odsetek co pół roku,
- lokata C – oprocentowanie w stosunku rocznym 4,6%, kapitalizacja odsetek co kwartał.

Oceń, wykonując odpowiednie obliczenia, która lokata jest najkorzystniejsza dla Pana Kowalskiego.

5. W trójkącie równoramiennym ABC, w którym $|AC| = |BC| = 10\,\mathrm{cm}$, wysokość poprowadzona z wierzchołka C jest równa 5 cm. Oblicz miary kątów tego trójkąta. Odpowiedź podaj w stopniach.

6. Ostrokątny trójkąt równoramienny ABC o podstawie AB jest wpisany w okrąg o środku S, przy czym kąt SAB ma miarę 40°. Oblicz miarę kąta CAB.

7. Oblicz odległość punktu A od środka odcinka BC, gdzie $A = (1,3)$, $B = (4,7)$, $C = (-2,-3)$.

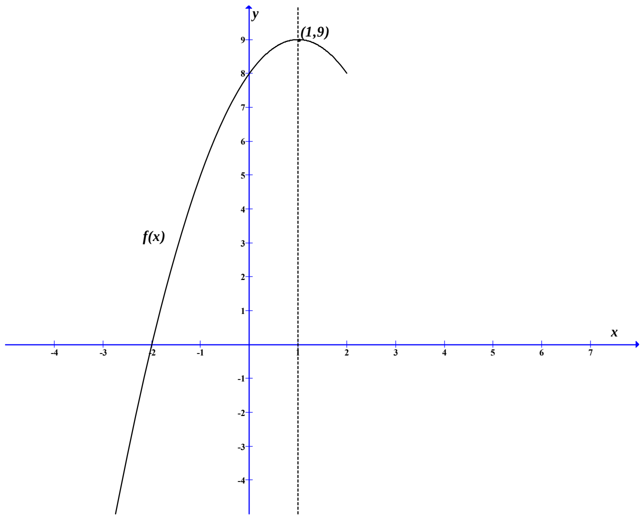
8. W graniastosłupie czworokątnym prawidłowym przekątna o długości m jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α. Wiadomo, że $\sin\alpha = 0,2$. Wyznacz objętość tego graniastosłupa.

9. O zdarzeniach losowych A i B wiemy że: $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{2}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{4}{5}$. Oblicz:

a) $P(A \cap B)$,

b) $P(A \setminus B)$.

10. Na podstawie fragmentu wykresu funkcji kwadratowej $f(x)$ wskaż, które zdanie jest prawdziwe.



a) Miejscami zerowymi funkcji są liczby: –2 oraz 4.

b) Funkcja jest rosnąca w przedziale $(-2,4)$.

c) Funkcja przyjmuje wartości większe od zera dla $x < 1$.

d) Zbiorem wartości funkcji jest przedział $(-\infty,9)$.

11. W kolejce do kasy biletowej ustawiły się cztery dziewczynki i pięciu chłopców. Liczba wszystkich możliwych ustawień osób w tej kolejce wynosi

a) 4! + 5!.

b) 9!.

c) 4·5.

d) 4!·5!.

Przykładowe zadania (poziom rozszerzony):

12. Rozwiąż równanie $\log_5\left(\log_4\left(\log_2 x\right)\right) = 0$.

13. Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{1}{x+1} - 1$ dla wszystkich liczb rzeczywistych $x \neq -1$. Rozwiąż nierówność $f(x) > f(2-x)$.

14. Narysuj wykres funkcji *f* określonej w przedziale $\langle -2, 2\rangle$ wzorem

a) $f(x) = 2^x - 1$, b) $f(x) = 2^{x-1}$.

15. Pole wycinka koła o promieniu $3\,\text{cm}$ jest równe $2\,\text{cm}^2$. Oblicz miarę łukową kąta środkowego tego wycinka.

16. Punkty $A = (1, 1)$, $B = (5,5)$, $C = (3,5)$ są wierzchołkami trapezu równoramiennego *ABCD* niebędącego równoległobokiem, w którym $AB \parallel CD$.

a) Wyznacz równanie osi symetrii tego trapezu.

b) Oblicz pole tego trapezu.

17. Na okręgu zaznaczono sześć różnych punktów. Ile różnych wielokątów wypukłych o wszystkich wierzchołkach w tych punktach można narysować?

18. Dla jakich wartości parametru m reszta z dzielenia wielomianu $x^{17} - mx^{15} + (m-2)x^{10} + 2x + m^2 - 2$ przez dwumian $x - 1$ jest równa 3?

19. Wyznacz równanie okręgu o środku $A = (2,3)$, stycznego do prostej o równaniu $x - 2y + 1 = 0$.

3) modelowania matematycznego:	
dobiera model matematyczny do prostej sytuacji	buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia
Zdający potrafi, także w sytuacjach praktycznych: • podać wyrażenie algebraiczne, funkcję, równanie, nierówność, interpretację geometryczną, przestrzeń zdarzeń elementarnych opisujące przedstawioną sytuację • przetworzyć informacje wyrażone w jednej postaci w postać ułatwiającą rozwiązanie problemu • ocenić przydatność otrzymanych wyników z perspektywy sytuacji, dla której zbudowano model	Zdający potrafi wszystko to, co na poziomie podstawowym, także: • buduje model matematyczny danej sytuacji, także praktycznej, również wymagający uwzględnienia niezbędnych ograniczeń i zastrzeżeń

Przykładowe zadania (poziom podstawowy):

1. Dany jest prostokąt o bokach a i b. Zmniejszamy długość boku a o 10% oraz zwiększamy długość boku b o 20%.

a) O ile procent zwiększy się pole tego prostokąta?

b) Wyznacz długość boku b, dla której nowy prostokąt będzie miał taki sam obwód jak prostokąt wyjściowy, jeśli wiadomo, że bok a ma długość 30 cm.

2. Liczbę 42 przedstaw w postaci sumy dwóch składników tak, by różnica ich kwadratów była równa 168.

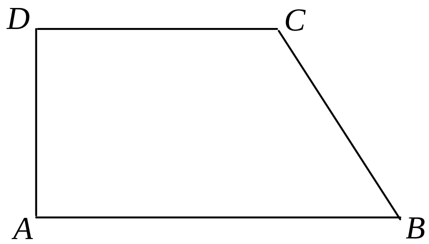
3. Dla każdej liczby rzeczywistej b równanie $y=\frac{1}{2}x^2-bx+2$ opisuje pewną parabolę. Wyznacz wszystkie wartości parametru b, dla których wierzchołek paraboli leży nad osią Ox.

4. Punkt $B=(-1,9)$ należy do okręgu stycznego do osi Ox w punkcie $A=(2,0)$. Wyznacz równanie tego okręgu.

5. Strzelając do tarczy pewien strzelec uzyskuje co najmniej 9 punktów z prawdopodobieństwem $0,5$, a co najwyżej 9 punktów z prawdopodobieństwem 0,7. Oblicz prawdopodobieństwo, że ten strzelec uzyska dokładnie 9 punktów.

6. Długość ramienia *BC* trapezu prostokątnego jest dwa razy większa od różnicy długości jego podstaw. Kąt *ABC* ma miarę

a) 30°.
b) 45°.
c) 60°.
d) 75°.



Przykładowe zadania (poziom rozszerzony):

7. Niech *A* będzie zbiorem wszystkich liczb *x*, które spełniają równość $|x-1|+|x-3|=2$. Niech *B* będzie zbiorem wszystkich punktów na osi liczbowej, których suma odległości od punktów 4 i 6 jest niewiększa niż 4. Zaznacz na osi liczbowej zbiory *A* i *B* oraz wszystkie punkty, które należą jednocześnie do *A* i do *B*.

8. Przedział $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ jest zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $\frac{2}{x}<m$ z niewiadomą x. Oblicz m.

9. Rozpatrujemy wszystkie prostokąty o polu równym 6, których dwa sąsiednie boki zawarte są w osiach *Ox* i *Oy* układu współrzędnych. Wyznacz równanie krzywej będącej zbiorem tych wierzchołków rozpatrywanych prostokątów, które nie leżą na żadnej z osi układu współrzędnych. Narysuj tę krzywą.

10. Miary pięciu kątów tworzą ciąg arytmetyczny. Drugim wyrazem tego ciągu jest 150°, a czwartym 270°. Oblicz sumę sinusów tych pięciu kątów.

11. Dane jest równanie $x^2+(3m-2)x=-m-2$ z niewiadomą x. Sformułuj warunki, jakie powinien spełniać parametr *m*, by to równanie miało dwa różne pierwiastki, których suma odwrotności jest dodatnia.

12. Wyznacz pierwsze trzy wyrazy ciągu geometrycznego wiedząc, że są one dodatnie, ich suma jest równa 21 oraz suma ich odwrotności jest równa $\frac{7}{12}$.

13. Z szuflady, w której znajduje się 10 różnych par rękawiczek wybieramy losowo cztery rękawiczki. Opisz zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych, a następnie oblicz prawdopodobieństwo zdarzeń:

A – wśród wylosowanych rękawiczek nie będzie pary,

B – wśród wylosowanych rękawiczek będzie dokładnie jedna para.

4) użycia i tworzenia strategii:	
stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania	tworzy strategię rozwiązywania problemu
Zdający potrafi: • dobrać odpowiedni algorytm do wskazanej sytuacji problemowej • ustalić zależności między podanymi informacjami • zaplanować kolejność wykonywania czynności, wprost wynikających z treści zadania, lecz nie mieszczących się w ramach rutynowego algorytmu • krytycznie ocenić otrzymane wyniki	Zdający potrafi wszystko to, co na poziomie podstawowym, także: • zaplanować i wykonać ciąg czynności prowadzący do rozwiązania problemu, nie wynikający wprost z treści zadania

Przykładowe zadania (poziom podstawowy):

1. Podaj przykład liczb całkowitych dodatnich *a* i *b*, spełniających nierówność $\frac{5}{7} < \frac{a}{b} < \frac{6}{7}$.

2. Stosując wzory skróconego mnożenia rozłóż na czynniki wyrażenie $1 - a^2 + 2ab - b^2$.

3. W ciągu arytmetycznym (a_n) dane są wyrazy: $a_3 = 4, a_6 = 19$. Wyznacz wszystkie wartości *n*, dla których wyrazy ciągu (a_n) są mniejsze od 200.

4. Liczby dodatnie *a*, *b*, *c* spełniają warunek: $\log_4 c = \log_3 b = \log_2 a = 2$. Oblicz $\sqrt{abc}$.

5. Ile punktów wspólnych ma okrąg o równaniu $x^2 + (y-3)^2 = 6$ z prostą o równaniu $3x + y - 15 = 0$?

6. Zbiorem wartości funkcji kwadratowej *g* jest przedział $\left(-\infty, 5\right\rangle$, a zbiorem rozwiązań nierówności $g(x) > 0$ jest przedział $(2, 8)$. Wyznacz wzór funkcji *g*.

7. Rozwiąż równanie $(2x+1)+(2x+4)+(2x+7)+...+(2x+28)=155$, jeśli wiadomo, że składniki po lewej stronie są kolejnymi wyrazami pewnego ciągu arytmetycznego.

8. Wiedząc, że α jest kątem ostrym i $\mathrm{tg}\alpha = 2$, oblicz wartość wyrażenia $\frac{4\cos\alpha - 3\sin\alpha}{3\cos\alpha + 5\sin\alpha}$.

9. Dany jest trójkąt prostokątny *ABC* o przeciwprostokątnej *AB*, taki że $\sin\sphericalangle BAC = 0,3$ i $|AC| = 7$. Oblicz pole koła opisanego na tym trójkącie.

10. W układzie współrzędnych na płaszczyźnie zaznaczono punkty $A = (2,0)$ i $B = (4,0)$. Wyznacz wszystkie możliwe położenia punktu *C*, dla których *ABC* jest trójkątem równoramiennym o podstawie *AB* i polu równym 3.

11. Rzucamy trzy razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Opisz zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych, a następnie oblicz prawdopodobieństwo, że w każdym rzucie liczba oczek będzie większa od numeru rzutu.

Przykładowe zadania (poziom rozszerzony):

12. Wyznacz wszystkie wartości parametru *p*, dla których równanie $|x-2|+|x+3|=p$ ma dokładnie dwa rozwiązania.

13. Wykaż, że dla $a \in (2, 3)$ zachodzi równość $\frac{\sqrt{a^2-6a+9}}{3-a}+\frac{\sqrt{a^2-4a+4}}{a-2}=2$.

14. Dane jest równanie $x^2+bx+c=0$ z niewiadomą x. Wyznacz wartości b oraz c tak, by były one rozwiązaniami danego równania.

15. Dane są funkcje liniowe g i h określone wzorami: $g(x)=ax+b$ i $h(x)=bx+a$. Wiadomo, że funkcja *g* jest rosnąca, a funkcja *h* malejąca.

a) Wyznacz pierwszą współrzędną punktu przecięcia wykresów tych funkcji.

b) Oblicz liczby a i b wiedząc, że wykresy funkcji g i h są prostymi prostopadłymi, a punkt ich przecięcia leży na osi *Ox*.

16. Dany jest ciąg (a_n) mający tę własność, że dla każdej liczby naturalnej n suma *n* początkowych wyrazów tego ciągu jest równa $\frac{1}{2}(7n^2-n)$. Oblicz dwudziesty wyraz tego ciągu. Wykaż, że (a_n) jest ciągiem arytmetycznym.

17. Proste zawierające ramiona *BC* i *DA* trapezu *ABCD* przecinają się w punkcie *S*. Dane są: $|AB|=6$, $|CD|=2$ oraz obwód trójkąta *SCD* równy $\sqrt{18}$. Oblicz obwód trójkąta *SAB*.

18. W pewnym trapezie kąty przy dwóch przeciwległych wierzchołkach mają miary α oraz $90^\circ+\alpha$. Jedno z ramion tego trapezu ma długość *t*. Wyznacz różnicę długości podstaw tego trapezu.

19. Czworokąt *ABCD* jest wpisany w okrąg. Dane są $|BC|=a$, $|CD|=b$, $|\sphericalangle DAB|=\alpha$. Wyznacz długość przekątnej *BD*.

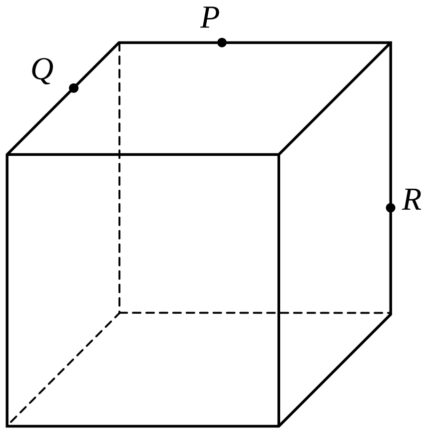
20. Podstawą ostrosłupa *ABCDS* jest kwadrat *ABCD* o boku długości 4. Odcinek *DS* jest wysokością ostrosłupa i ma długość 6. Punkt *M* jest środkiem odcinka *DS*. Oblicz pole przekroju ostrosłupa płaszczyzną *BCM*.

21. Ze zbioru liczb $\{1, 2, ..., 2n+5\}$ wybieramy jednocześnie dwie liczby. Na ile sposobów możemy to zrobić, tak aby otrzymać dwie liczby takie, że:

a) ich różnica będzie liczbą parzystą,

b) suma ich kwadratów będzie liczbą podzielną przez cztery?

22. Narysuj przekrój równoległościanu płaszczyzną *PQR*.



23. Wiedząc, że dla pewnego ciągu geometrycznego (a_n) o wyrazach dodatnich prawdziwa jest równość $S_{14} = 5 \cdot S_7$, oblicz iloraz tego ciągu. Symbol S_n oznacza sumę n początkowych wyrazów ciągu (a_n).

5) rozumowania i argumentacji:	
prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków.	tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność.
Zdający potrafi: • wyprowadzić wniosek z prostego układu przesłanek i go uzasadnić • zastosować twierdzenie, które nie występuje w treści zadania	Zdający potrafi wszystko to, co na poziomie podstawowym, także: • wyprowadzić wniosek ze złożonego układu przesłanek i go uzasadnić • analizować i interpretować otrzymane wyniki • przeprowadzić dowód

Przykładowe zadania (poziom podstawowy):

1. Wiadomo, że 1,5849 jest przybliżeniem liczby $10^{0,2}$ z zaokrągleniem do 4 miejsc po przecinku. Wyznacz przybliżenie liczby $10^{-\frac{4}{5}}$ z zaokrągleniem do 3 miejsc po przecinku oraz przybliżenie liczby $10^{\frac{11}{5}}$ z zaokrągleniem do 1 miejsca po przecinku.

2. Wykaż, że dla $m = 3$ nierówność $x^2 + (2m - 3)x + 2m + 5 > 0$ jest spełniona przez wszystkie liczby rzeczywiste *x*.

3. Jednym z miejsc zerowych funkcji kwadratowej *f* jest liczba 5, maksymalny przedział, w którym ta funkcja jest malejąca to $\langle 2, +\infty)$. Największa wartość funkcji *f* w przedziale $\langle -8, -7 \rangle$ jest równa (-24). Wyznacz wzór funkcji *f* i narysuj jej wykres.

4. W pewnym trójkącie prostokątnym suma cosinusów kątów ostrych jest równa $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. Oblicz iloczyn sinusów tych kątów.

5. Dany jest trapez *ABCD* o podstawach *AB* i *CD*. Przekątne tego trapezu przecinają się w punkcie *S*. Wykaż, że $|SA| \cdot |SD| = |SB| \cdot |SC|$.

6. Prostokąt *ABCD* obracając się wokół boku *AB*, zakreślił walec w_1. Ten sam prostokąt obracając się wokół boku *AD*, zakreślił walec w_2. Otrzymane walce mają równe pola powierzchni całkowitych. Wykaż, że prostokąt *ABCD* jest kwadratem.

Przykładowe zadania (poziom rozszerzony):

7. Wielomian f jest określony wzorem $f(x) = ax^4 - 9x^3 + 3x^2 + 7x + b$ dla pewnych liczb pierwszych a oraz b. Wiadomo, ze liczba $\frac{3}{2}$ jest pierwiastkiem tego wielomianu. Oblicz a i b.

8. Dane jest równanie $x^2 + mx + m - 1 = 0$ z niewiadomą x. Uzasadnij, że dla każdej liczby całkowitej m wszystkie rozwiązania tego równania są liczbami całkowitymi.

9. Funkcja g jest określona w zbiorze wszystkich liczb rzeczywistych w następujący sposób: jeśli $x \in \langle k, k+1)$ dla pewnej liczby całkowitej k, to $g(x) = kx - k - 1$.

a) Narysuj wykres funkcji g w przedziale $\langle -2, 0)$.

b) Uzasadnij, że funkcja g nie ma miejsc zerowych.

c) Rozwiąż równanie $g(x) = 2010$.

10. Wykaż, że jeżeli liczby b, c, $2b - a$ są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego to liczby ab, b^2, c^2 są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego.

11. Wykaż, że wyrażenie $\frac{-\cos 2x}{\sin x \cos x} = \mathrm{tg}x + \frac{1}{\mathrm{tg}x}$ nie jest tożsamością.

12. Dany jest taki czworokąt wypukły $ABCD$, że okręgi wpisane w trójkąty ABC i ADC są styczne. Wykaż, że w czworokąt $ABCD$ można wpisać okrąg.

13. Dane są punkty $A = (2,3)$, $B = (5,4)$. Na prostej o równaniu $y = 5$ wyznacz punkt C tak, aby łamana ACB miała jak najmniejszą długość. Odpowiedź uzasadnij.

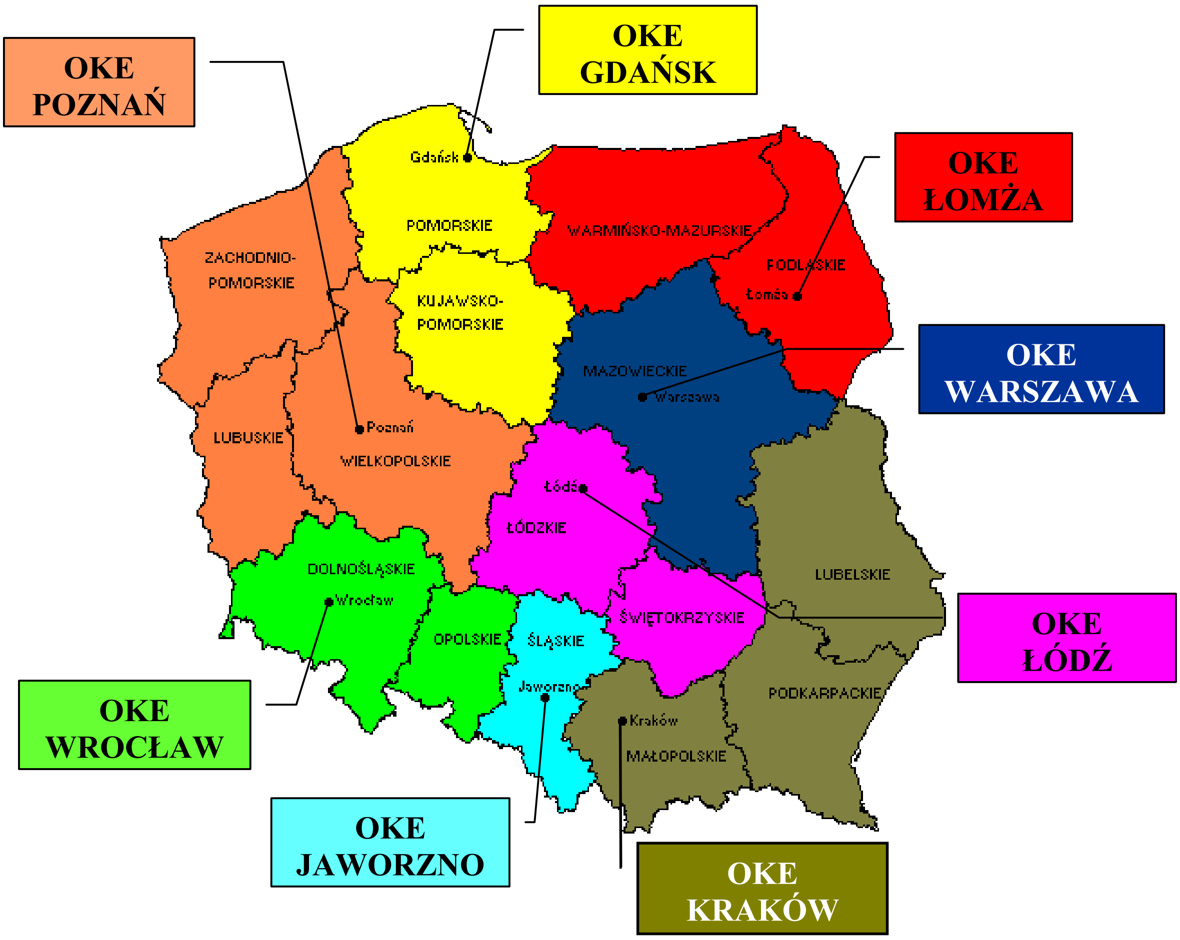
14. Trójkąt ABC jest podstawą ostrosłupa $ABCS$. Punkt M jest środkiem boku AB i $|AM| = |MC|$. Odcinek AS jest wysokością tego ostrosłupa. Wykaż, że kąt SCB jest prosty.

15. Podstawą ostrosłupa $ABCDS$ jest prostokąt $ABCD$, w którym $|AB| = 1$, $|BC| = \sqrt{2}$. Wszystkie krawędzie boczne tego ostrosłupa mają długość 1. Wyznacz wartość dowolnej funkcji trygonometrycznej kąta między dwiema sąsiednimi ścianami bocznymi tego ostrosłupa.

16. Tabela zawiera niektóre wyniki pisemnego sprawdzianu z matematyki w pewnej klasie maturalnej (ocenionego w sześciostopniowej skali ocen).

	Dziewczęta	Chłopcy
liczba osób	11	14
średnia ocen	4,0	3,8
odchylenie standardowe	1,1	1,8

Oblicz średnią ocen z tego sprawdzianu oraz odchylenie standardowe **dla całej klasy**. Wyniki podaj z zaokrągleniem do dwóch miejsc po przecinku.



Centralna Komisja Egzaminacyjna
ul Łucka 11, 00-842 Warszawa
tel. 022 656 38 00, fax 022 656 37 57
www.cke.edu.pl ckesekr@cke.edu.pl

OKE Gdańsk
ul. Na Stoku 49, 80-874 Gdańsk,
tel. (0-58) 320 55 90, fax.320 55 91
www.oke.gda.pl komisja@oke.gda.pl

OKE Jaworzno
ul. Mickiewicza 4, 43-600 Jaworzno
tel.(0-32) 616 33 99 w.101
fax.616 33 99 w.108, www.oke.jaw.pl
oke@oke.jaw.pl

OKE Kraków
al. F. Focha 39, 30-119 Kraków
tel.(0-12) 618 12 01/02/03, fax.427 28 45
www.oke.krakow.pl oke@oke.krakow.pl

OKE Łomża
ul. Nowa 2, 18-400 Łomża
Tel/fax. (0-86) 216 44 95
www.okelomza.com
sekretariat@oke.lomza.com

OKE Łódź
ul. Praussa 4, 94-203 Łódź
tel. (0-42) 634 91 33 s: 664 80 50/51/52
fax. 634 91 54
www.komisia.pl komisja@komisja.pl

OKE Poznań
ul. Gronowa 22, 61-655 Poznań
tel.(0-61) 852 13 07, 852 13 12, fax. 852 14 41
www.oke.poznan.pl
sekretariat@oke.poznan.pl

OKE Warszawa
ul. Grzybowska 77, 00-844 Warszawa
tel. (0-22) 457 03 35, fax. 457 03 45
www.oke.waw.pl info@oke.waw.pl

OKE Wrocław
ul. Zielińskiego 57, 53-533 Wrocław
tel. sek. (0-71) 785 18 52, fax. 785 18 73
www.oke.wroc.pl sekret@oke.wroc.pl