

INFORMATOR **o egzaminie** **eksternistycznym** **z matematyki** z zakresu 4-letniego liceum ogólnokształcącego od sesji jesiennej 2024 r.



Centralna Komisja Egzaminacyjna
Warszawa 2024

Zespół redakcyjny:

Grażyna Miłkowska (CKE)
Mieczysław Fałat (OKE Wrocław)
Mariusz Mroczek (CKE)
dr Wioletta Kozak (CKE)

Recenzenci:

prof. dr hab. Zbigniew Marciniak (UW)
Grażyna Śleszyńska (recenzja nauczycielska)
dr Tomasz Karpowicz (recenzja językowa)

Informator został opracowany przez Centralną Komisję Egzaminacyjną
we współpracy z okręgowymi komisjami egzaminacyjnymi.

Centralna Komisja Egzaminacyjna

ul. Józefa Lewartowskiego 6, 00-190 Warszawa
tel. 22 536 65 00
sekretariat@cke.gov.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Gdańsku

ul. Na Stoku 49, 80-874 Gdańsk
tel. 58 320 55 90
komisja@oke.gda.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Jaworznie

ul. Adama Mickiewicza 4, 43-600 Jaworzno
tel. 32 784 16 00
sekretariat@oke.jaworzno.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie

os. Szkolne 37, 31-978 Kraków
tel. 12 683 21 01
oke@oke.krakow.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łomży

Al. Legionów 9, 18-400 Łomża
tel. 86 473 71 20
sekretariat@oke.lomza.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łodzi

ul. Ksawerego Praussa 4, 94-203 Łódź
tel. 42 664 80 50
sekretariat@lodz.oke.gov.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Poznaniu

ul. Gronowa 22, 61-655 Poznań
tel. 61 854 01 60
sekretariat@oke.poznan.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Warszawie

ul. Józefa Bema 87, 01-233 Warszawa
tel. 22 457 03 35
info@oke.waw.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna we Wrocławiu

ul. Tadeusza Zielińskiego 57, 53-533 Wrocław
tel. 71 785 18 94
sekretariat@oke.wroc.pl

Spis treści

1.	Opis egzaminu eksternistycznego z matematyki	5
	Wstęp	5
	Zadania na egzaminie	5
	Opis arkusza egzaminacyjnego	7
	Zasady oceniania	7
	Materiały i przybory pomocnicze	9
2.	Przykładowy arkusz egzaminacyjny z zasadami oceniania rozwiązań zadań	10

1.

Opis egzaminu eksternistycznego z matematyki z zakresu 4-letniego liceum ogólnokształcącego

WSTĘP

Matematyka jest jednym z przedmiotów obowiązkowych na egzaminie eksternistycznym z zakresu liceum ogólnokształcącego.

Egzamin eksternistyczny z matematyki z zakresu liceum ogólnokształcącego sprawdza, w jakim stopniu zdający spełnia wymagania określone w [podstawie programowej kształcenia ogólnego dla szkoły ponadpodstawowej¹](#).

Informator prezentuje przykładowy arkusz egzaminacyjny wraz z zasadami oceniania rozwiązań zadań. Do każdego zadania dodano wykaz wymagań ogólnych i szczegółowych z podstawy programowej kształcenia ogólnego, którym odpowiada dane zadanie. *Informator* stanowi przy tym jedynie ogólną, kierunkową pomoc w planowaniu procesu samokształcenia. Zadania nie ilustrują bowiem wszystkich wymagań z zakresu matematyki określonych w podstawie programowej, nie wyczerpują również wszystkich typów zadań, które mogą wystąpić w arkuszu egzaminacyjnym. Tylko realizacja wszystkich wymagań z podstawy programowej, zarówno ogólnych, jak i szczegółowych, może zapewnić właściwe przygotowanie do egzaminu eksternistycznego z matematyki.

Na egzaminie eksternistycznym obowiązują **wymagania w zakresie podstawowym**.

ZADANIA NA EGZAMINIE

W arkuszu egzaminacyjnym znajdują się zarówno zadania zamknięte, jak i otwarte.

Zadania zamknięte to takie, w których zdający wybiera odpowiedź spośród podanych. Wśród zadań zamkniętych znajdują się m.in.:

- zadania wyboru wielokrotnego
- zadania typu prawda-fałsz
- zadania na dobieranie.

Zadania otwarte to takie, w których zdający samodzielnie formułuje odpowiedź.

Wśród zadań otwartych znajdują się m.in.:

- zadania z luką, wymagające uzupełnienia zdania albo zapisania odpowiedzi jednym lub kilkoma wyrazami, symbolami lub wyrażeniami matematycznymi określającymi własności obiektów matematycznych, w tym wykonania lub uzupełnienia wykresu, zależności, diagramu, tabeli

¹ Rozporządzenie Ministra Edukacji z dnia 28 czerwca 2024 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej kształcenia ogólnego dla liceum ogólnokształcącego, technikum oraz branżowej szkoły II stopnia (Dz.U. z 2024 r. poz. 1019).

- zadania krótkiej odpowiedzi, wymagające wykonania prostego obliczenia lub bezpośredniego zapisania rozwiązania albo zapisania przeprowadzonego rozumowania lub obliczenia – zwykle w dwóch lub trzech etapach
- zadania rozszerzonej odpowiedzi, wymagające utworzenia strategii rozwiązania problemu matematycznego i przedstawienia jej realizacji.

Przedstawione przez zdającego rozwiązanie zadania otwartego, w którym zdający m.in. oblicza, wyznacza, wyprowadza, uzasadnia, wykazuje, musi prezentować pełny tok rozumowania, uwzględniać warunki zadania, a także odwoływać się do twierdzeń matematycznych i własności odpowiednich obiektów matematycznych.

Wszystkie zadania egzaminacyjne będą sprawdzały poziom opanowania umiejętności określonych w następujących wymaganiach ogólnych w podstawie programowej kształcenia ogólnego dla szkoły ponadpodstawowej (w nawiasach zapisano numery celów kształcenia z podstawy programowej):

- sprawność rachunkowa (I)
- wykorzystanie i tworzenie informacji (II)
- wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji (III)
- rozumowanie i argumentacja (IV).

Zadania egzaminacyjne będą dotyczyły obszarów tematycznych matematyki wymienionych w podstawie programowej kształcenia ogólnego dla III etapu edukacyjnego. Są to:

- I. Liczby rzeczywiste
- II. Wyrażenia algebraiczne
- III. Równania i nierówności
- IV. Układy równań
- V. Funkcje
- VI. Ciągi
- VII. Trygonometria
- VIII. Planimetria
- IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej
- X. Stereometria
- XI. Kombinatoryka
- XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka
- XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy

OPIS ARKUSZA EGZAMINACYJNEGO

Egzamin eksternistyczny z matematyki trwa **120 minut**².

W arkuszu egzaminacyjnym będą występowały pojedyncze zadania lub wiązki zadań. Wiazka zadań może zawierać od dwóch do czterech zadań występujących we wspólnym kontekście. Wiazka zadań może się składać z zadań zamkniętych i zadań otwartych. Niektóre zadania będą wymagały skorzystania z zamieszczonych w arkuszu rysunków, wykresów, diagramów lub tabel.

Liczbę zadań w arkuszu egzaminacyjnym oraz liczbę punktów możliwych do uzyskania za poszczególne rodzaje zadań przedstawiono w poniższej tabeli.

Rodzaj zadania	Liczba zadań	Łączna liczba punktów	Udział w wyniku sumarycznym
zamknięte	19–22	ok. 20	ok. 50%
otwarte	6–10	ok. 20	ok. 50%
RAZEM	25–32	40	100%

Zdający rozwiązuje zadania bezpośrednio w arkuszu egzaminacyjnym.

ZASADY OCENIANIA

Zadania zamknięte

Zadania zamknięte są oceniane – w zależności od maksymalnej liczby punktów, jaką można uzyskać za rozwiązanie danego zadania – zgodnie z poniższymi zasadami:

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

ALBO

2 pkt – odpowiedź całkowicie poprawna.

1 pkt – odpowiedź częściowo poprawna lub odpowiedź niepełna.

0 pkt – odpowiedź całkowicie niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadania otwarte

Za w pełni poprawne rozwiązanie zadania otwartego będzie można otrzymać maksymalnie 1, 2, 3 lub 4 punkty. Za każde rozwiązanie inne niż opisane w zasadach oceniania można otrzymać maksymalną liczbę punktów, o ile rozwiązanie jest merytorycznie poprawne, zgodne z poleceniem i warunkami zadania.

² Czas trwania egzaminu może zostać wydłużony w przypadku zdających ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, w tym niepełnosprawnymi. Szczegóły są określone w *Komunikacie dyrektora Centralnej Komisji Egzaminacyjnej w sprawie szczegółowych sposobów dostosowania warunków i form przeprowadzania egzaminu eksternistycznego dla danej sesji egzaminacyjnej*.

Zadania otwarte są oceniane – w zależności od maksymalnej liczby punktów, jaką można uzyskać za rozwiązanie danego zadania – zgodnie z poniższymi zasadami:

Zadania otwarte z luką

- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 1 pkt:
 - 1 pkt – rozwiązanie poprawne.
 - 0 pkt – rozwiązanie niepełne lub niepoprawne albo brak rozwiązania.
- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 2 pkt:
 - 2 pkt – rozwiązanie całkowicie poprawne.
 - 1 pkt – rozwiązanie częściowo poprawne lub rozwiązanie niepełne.
 - 0 pkt – rozwiązanie całkowicie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Zadania otwarte krótkiej odpowiedzi

- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 1 pkt:
 - 1 pkt – rozwiązanie poprawne.
 - 0 pkt – rozwiązanie niepełne lub niepoprawne albo brak rozwiązania.
- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 2 pkt:
 - 2 pkt – rozwiązanie poprawne.
 - 1 pkt – rozwiązanie, w którym zostały pokonane zasadnicze trudności zadania, ale rozwiązanie nie zostało doprowadzone poprawnie do końcowej postaci.
 - 0 pkt – rozwiązanie, w którym nie zostały pokonane zasadnicze trudności zadania, albo brak rozwiązania.
- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 3 pkt:
 - 3 pkt – rozwiązanie poprawne.
 - 2 pkt – rozwiązanie, w którym zostały pokonane zasadnicze trudności zadania, ale rozwiązanie nie zostało doprowadzone poprawnie do końcowej postaci.
 - 1 pkt – rozwiązanie, w którym dokonany został istotny postęp, ale nie zostały pokonane zasadnicze trudności zadania.
 - 0 pkt – rozwiązanie, w którym nie ma istotnego postępu, albo brak rozwiązania.

Zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi

- w przypadku zadania, za którego rozwiązanie można otrzymać maksymalnie 4 pkt:
 - 4 pkt – rozwiązanie poprawne.
 - 3 pkt – rozwiązanie, w którym zostały pokonane zasadnicze trudności zadania, ale rozwiązanie nie zostało doprowadzone poprawnie do końcowej postaci.
 - 2 pkt – rozwiązanie, w którym został dokonany istotny postęp, ale nie zostały pokonane zasadnicze trudności zadania.
 - 1 pkt – rozwiązanie, w którym został dokonany niewielki postęp, ale konieczny do rozwiązania zadania.
 - 0 pkt – rozwiązanie, w którym nie ma niewielkiego postępu, albo brak rozwiązania.

Etapy rozwiązania dla każdego zadania (niewielki postęp, istotny postęp, zasadnicze trudności zadania) będą opisane w zasadach oceniania dla danego zadania. Ponadto dla różnych sposobów rozwiązania danego zadania te same etapy będą opisywały w zasadach oceniania jakościowo równoważny postęp na drodze do rozwiązania zadania.

MATERIAŁY I PRZYBORY POMOCNICZE NA EGZAMINIE Z MATEMATYKI

Przybory pomocnicze, z których mogą korzystać zdający na egzaminie eksternistycznym z matematyki, to:

- linijka
- cyrkiel
- kalkulator prosty*
- *Zestaw wybranych wzorów matematycznych.*

* Kalkulator prosty – jest to kalkulator, który umożliwia wykonywanie tylko dodawania, odejmowania, mnożenia, dzielenia, ewentualnie obliczanie procentów lub pierwiastków kwadratowych z liczb.

Szczegółowe informacje dotyczące materiałów i przyborów pomocniczych, z których mogą korzystać zdający na egzaminie eksternistycznym z matematyki (w tym osoby, którym dostosowano warunki przeprowadzania egzaminu), będą ogłaszane w komunikacie dyrektora Centralnej Komisji Egzaminacyjnej.

2.

Przykładowy arkusz egzaminacyjny z zasadami oceniania rozwiązań zadań

W Informatorze zamieszczono *Przykładowy arkusz egzaminacyjny* oraz *Zasady oceniania rozwiązań zadań*. Przy każdym zadaniu w arkuszu – po numerze zadania – podano maksymalną liczbę punktów możliwych do uzyskania za jego rozwiązanie. W *Zasadach oceniania rozwiązań zadań* dla każdego zadania podano:

- wymagania ogólne i szczegółowe z podstawy programowej, które są sprawdzane w tym zadaniu
- zasady oceniania rozwiązania tego zadania
- poprawne rozwiązanie każdego zadania zamkniętego oraz przykładowe rozwiązanie każdego zadania otwartego.



Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

PESEL (wypełnia zdający) <table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> </tr> </table>											LMAP–100–24XX

EGZAMIN EKSTERNISTYCZNY Z MATEMATYKI

LICEUM OGÓLNOKSZTAŁCĄCE

DATA: **[dzień miesiąc rok]**

CZAS PRACY: **120 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **40**

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 23 strony (zadania 1–27).
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym przy każdym zadaniu.
3. W rozwiązaniach zadań otwartych przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku oraz pamiętaj o jednostkach.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z *Zestawu wybranych wzorów matematycznych*, linijki, cyrkla oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie i na karcie punktowania w wyznaczonych miejscach wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
9. Pamiętaj, że w razie stwierdzenia niesamodzielnego rozwiązywania zadań egzaminacyjnych lub zakłócenia prawidłowego przebiegu egzaminu w sposób, który utrudnia pracę pozostałym osobom zdającym, przewodniczący zespołu nadzorującego przerywa i unieważnia egzamin eksternistyczny.

Życzymy powodzenia!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Zadanie 5. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $(3\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$ jest równa

- A. $21 - 6\sqrt{6}$ B. $21 - 6\sqrt{5}$ C. 15 D. 21

Zadanie 6. (0–1)

Dana jest liczba $a = 2^{19} + 2^{20}$.

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1. albo 2.

Liczba a

A.	jest podzielna przez 3,	ponieważ	1.	$a = 3 \cdot 2^{19}$
B.	nie jest podzielna przez 3,		2.	$a = 2^{39}$

Zadanie 7. (0–1)

Obwód prostokąta jest równy 40. Długość jednego boku tego prostokąta jest o 20% większa od długości drugiego boku. Niech a i b oznaczają długości boków tego prostokąta.

Który układ równań opisuje zależności między długościami boków tego prostokąta? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. $\begin{cases} a + b = 40 \\ a = b + 20\% \end{cases}$

B. $\begin{cases} a + b = 40 \\ a = 1,2b \end{cases}$

C. $\begin{cases} a + b = 20 \\ a = b + 20\% \end{cases}$

D. $\begin{cases} a + b = 20 \\ a = 1,2b \end{cases}$

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

A large rectangular grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares. This area is designated for rough work (brudnopis) and is not subject to grading.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Zadanie 11. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkt $P = (2, -\sqrt{5})$ leży na wykresie funkcji f określonej wzorem $f(x) = ax + 3\sqrt{5}$.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynnik a we wzorze tej funkcji jest równy

- A. $2\sqrt{5}$ B. $1 + \sqrt{5}$ C. $-\sqrt{5}$ D. $-2\sqrt{5}$

Zadanie 12. (0–1)

Trzynasty wyraz ciągu arytmetycznego (a_n) jest równy $a_{13} = 34$. Różnica r tego ciągu jest równa 3.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy

- A. $a_1 = -5$ B. $a_1 = -2$ C. $a_1 = 2$ D. $a_1 = 5$

Zadanie 13. (0–1)

Trzywyrazowy ciąg $(2x - 5, -3, 9)$ jest ciągiem geometrycznym.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba x jest równa

- A. -5 B. 2 C. 3 D. 7

Zadanie 14. (0–1)

Kąt α jest ostry i $\cos \alpha = \frac{3}{5}$.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $1 + \operatorname{tg} \alpha$ jest równa

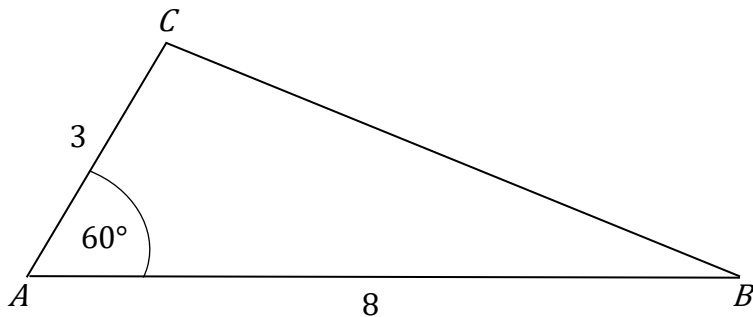
- A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{7}{4}$ C. $\frac{11}{5}$ D. $\frac{7}{3}$

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

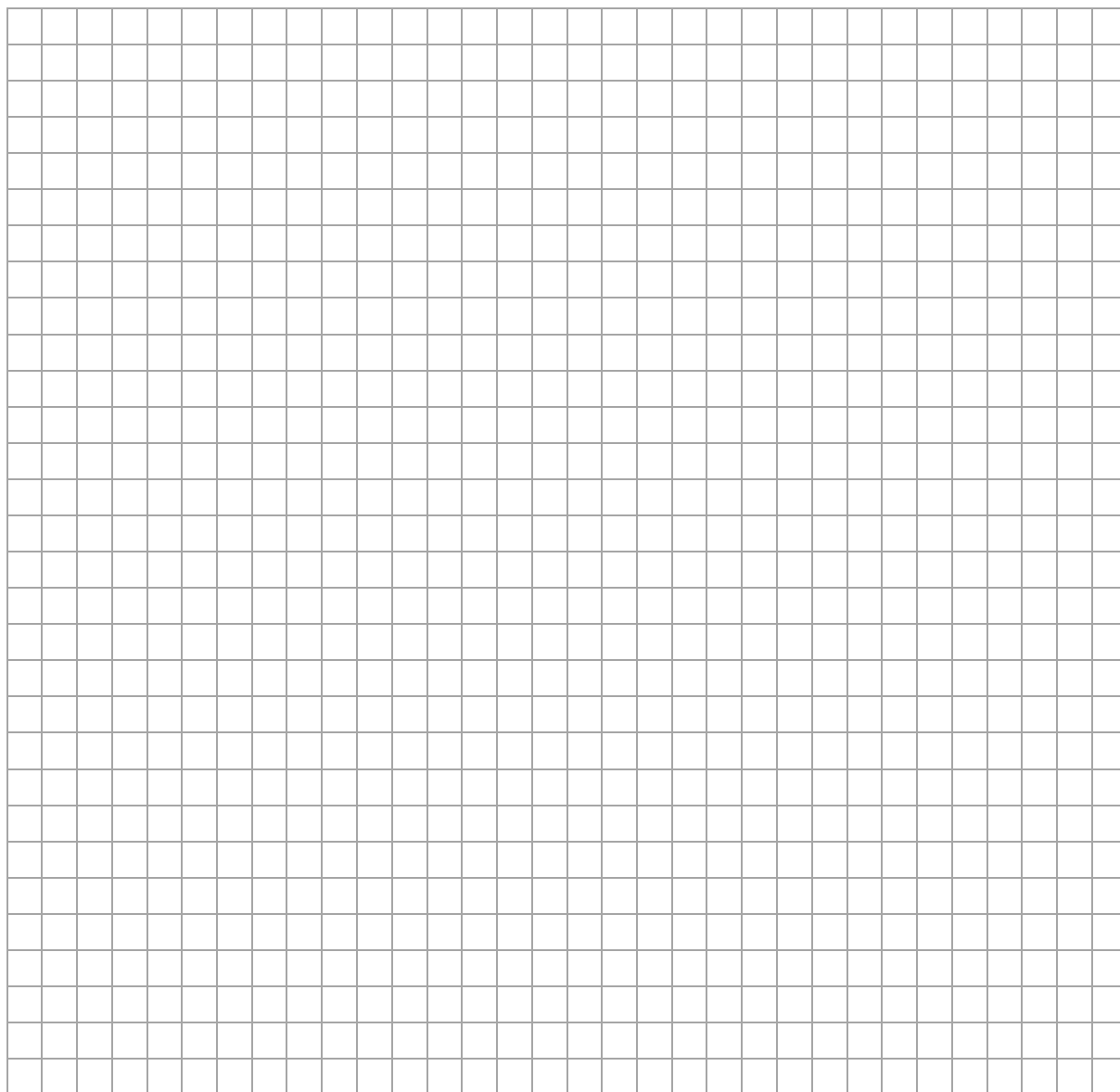
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Zadanie 15. (0–2)

W trójkącie ABC dane są długości dwóch boków $|AB| = 8$ i $|AC| = 3$ oraz kąt BAC o mierze 60° zawarty między tymi bokami (zobacz rysunek).



Oblicz długość boku BC tego trójkąta. Zapisz obliczenia.

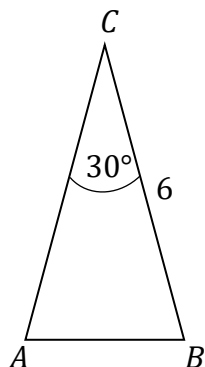


BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

A large rectangular grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for rough work (brudnopis).

Zadanie 16. (0–1)

W trójkącie równoramiennym ABC dane są: $|AC| = |BC| = 6$ oraz $|\sphericalangle ACB| = 30^\circ$ (zobacz rysunek).

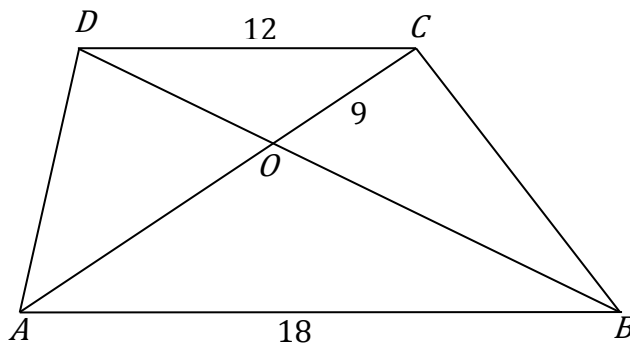


Uzupełnij zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wy kropkowanym miejscu, aby zdanie było prawdziwe.

Pole trójkąta ABC jest równe

Zadanie 17. (0–1)

Dany jest trapez $ABCD$, w którym podstawa AB ma długość 18, a podstawa CD ma długość 12. Przekątne tego trapezu przecinają się w punkcie O i długość odcinka OC jest równa 9 (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość przekątnej AC tego trapezu jest równa

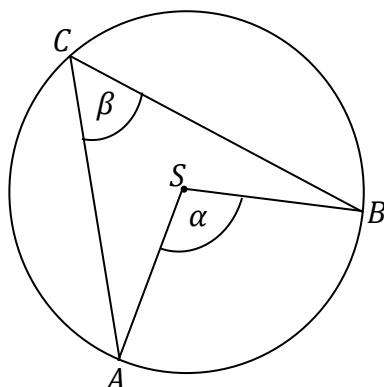
- A. 13,5 B. 22,5 C. 24 D. 33

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

A large rectangular grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares. This area is designated for rough work (brudnopis) and is not subject to grading.

Zadanie 18. (0–1)

Punkty A , B i C leżą na okręgu o środku S . Na łuku AB są oparte dwa kąty: kąt wpisany β oraz kąt środkowy α (zobacz rysunek). Suma miar tych kątów jest równa $\alpha + \beta = 156^\circ$.



Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta środkowego α jest równa

- A. $\alpha = 52^\circ$ B. $\alpha = 78^\circ$ C. $\alpha = 104^\circ$ D. $\alpha = 108^\circ$

Zadanie 19. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkty $A = (4, -2)$ i $C = (-8, 6)$ są przeciwległymi wierzchołkami prostokąta $ABCD$.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość przekątnej BD tego prostokąta jest równa

- A. $4\sqrt{2}$ B. $4\sqrt{5}$ C. $4\sqrt{10}$ D. $4\sqrt{13}$

Zadanie 20. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A albo B oraz odpowiedź 1. albo 2.

Prosta określona równaniem $y = -2x + 3$ przechodzi przez punkty o współrzędnych

A.	$(0, 3), (-1, 1)$	i jest równoległa do prostej o równaniu	1.	$y = \frac{1}{2}x + 3$
B.	$(3, -3), (-1, 5)$		2.	$y = -2x - 3$

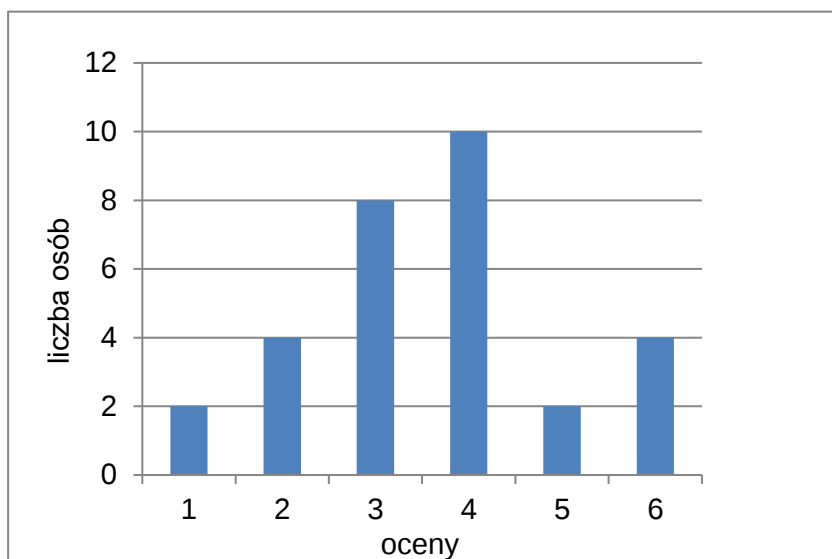
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Zadanie 26. (0–1)

Na diagramie słupkowym przedstawiono wyniki sprawdzianu z matematyki wszystkich uczniów pewnej klasy.



Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Dominanta ocen uzyskanych przez uczniów z tego sprawdzianu jest równa 6.	P	F
Mediana ocen uzyskanych przez uczniów z tego sprawdzianu jest równa 4.	P	F

Zadanie 27. (0–3)

Do przeprowadzenia loterii szkolnej przygotowano losy wygrywające oraz losy przegrywające. Liczba losów przegrywających jest o 95 większa od liczby losów wygrywających. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że zakupiony na tej loterii jeden los okaże się losem wygrywającym, jest równe $\frac{1}{7}$.

Oblicz, ile losów przygotowano na tę loterię. Zapisz obliczenia.

A blank sheet of graph paper with a grid of squares. The grid consists of 20 columns and 15 rows of small squares. There are no margins or additional markings on the page.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form a uniform pattern of small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings present.

ZASADY OCENIANIA ROZWIĄZAŃ ZADAŃ

UWAGI

1. Za prawidłowe rozwiązanie każdego z zadań inną metodą niż przewidziana w zasadach oceniania należy przyznać zdającemu maksymalną liczbę punktów.
2. Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.
3. Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązywania zadania zdający popełnia jeden lub więcej błędów rachunkowych, ale stosuje poprawne metody obliczania, to ocenę rozwiązania obniża się o **1 punkt**.

Zadanie 1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także z użyciem kalkulatora, stosowanie praw działań przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.	I. Liczby rzeczywiste. Zdający: 4) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	I. Liczby rzeczywiste. Zdający: 7) stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania typu: $ x + 4 = 5$.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 3. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.	I. Liczby rzeczywiste. Zdający: 8) wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych, zysków z lokat i kosztów kredytów.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

PF

Zadanie 4. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także z użyciem kalkulatora, stosowanie praw działań przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.	I. Liczby rzeczywiste. Zdający: 1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych; 9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości wyrażenia i podanie prawidłowego wyniku: (-2) .

1 pkt – poprawne przekształcenie podanego wyrażenia i doprowadzenie go do postaci:

$$\log_2 0,25 \quad \text{lub} \quad \log_2 \frac{1}{4} \quad \text{lub} \quad -2\log_2 2.$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

I sposób

Przekształcamy podane wyrażenie, stosując wzór na logarytm ilorazu:

$$\begin{aligned}\log_2 25 - 2\log_2 10 &= \log_2 25 - \log_2 10 - \log_2 10 = \log_2 \frac{25}{10} - \log_2 10 = \log_2 2,5 - \log_2 10 = \\ &= \log_2 \frac{2,5}{10} = \log_2 0,25\end{aligned}$$

Na podstawie definicji logarytmu, obliczamy wartość x :

$$\begin{aligned}\log_2 0,25 &= x, \text{ to } 2^x = \frac{1}{4} \\ 2^x &= 4^{-1} \\ 2^x &= 2^{-2} \\ x &= -2\end{aligned}$$

II sposób

Przekształcamy podane wyrażenie, stosując wzór na logarytm potęgi i logarytm iloczynu:

$$\begin{aligned}\log_2 25 - 2\log_2 10 &= \log_2 5^2 - 2\log_2 (2 \cdot 5) = 2\log_2 5 - 2\log_2 2 - 2\log_2 5 = -2\log_2 2 = \\ &= -2 \cdot 1 = -2\end{aligned}$$

Zadanie 5. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także z użyciem kalkulatora, stosowanie praw działań przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.	II. Wyrażenia algebraiczne. Zdający: 1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $a^2 - b^2$.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 6. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii, formułowanie wniosków na ich podstawie i uzasadnianie ich poprawności.	I. Liczby rzeczywiste. Zdający: 2) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A1

Zadanie 7. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.	IV. Układy równań. Zdający: 2) stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 8. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także z użyciem kalkulatora, stosowanie praw działań przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.	I. Liczby rzeczywiste. Zdający: 1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, [...]) potęgowanie, pierwiastkowanie [...]) w zbiorze liczb rzeczywistych.

Zasady oceniania

2 pkt – zapisanie wniosku – liczba 3 nie jest rozwiązaniem równania

$$x^3 + \sqrt{3} \cdot x^2 - 2x - 2\sqrt{3} = 0.$$

1 pkt – poprawne obliczenie wartości wyrażenia dla $x = 3$, tj. $21 + 7\sqrt{3}$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Sprawdzamy, czy dla $x = 3$ lewa strona równania $x^3 + \sqrt{3} \cdot x^2 - 2x - 2\sqrt{3} = 0$ jest równa zero.

Obliczamy wartość wyrażenia

$$L = 3^3 + \sqrt{3} \cdot 3^2 - 2 \cdot 3 - 2\sqrt{3} = 27 + 9\sqrt{3} - 6 - 2\sqrt{3} = 21 + 7\sqrt{3}$$

$$P = 0$$

Ponieważ $L \neq P$, więc liczba 3 nie jest rozwiązaniem tego równania.

Zadanie 9. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	III. Równania i nierówności. Zdający: 5) rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x) = 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda rozwiązania równań i podanie prawidłowych rozwiązań:

$$x_1 = -\sqrt{3}, \quad x_2 = \frac{\sqrt{2}}{3}, \quad x_3 = -\frac{9}{4}.$$

1 pkt – zapisanie alternatywy trzech równań w postaci:

$$x + \sqrt{3} = 0 \quad \text{lub} \quad 3x - \sqrt{2} = 0 \quad \text{lub} \quad 4x + 9 = 0.$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Rozwiązujemy podane równanie – zapisujemy alternatywę trzech równań

$$x + \sqrt{3} = 0 \quad \text{lub} \quad 3x - \sqrt{2} = 0 \quad \text{lub} \quad 4x + 9 = 0$$

$$x = -\sqrt{3} \quad \text{lub} \quad 3x = \sqrt{2} \quad \text{lub} \quad 4x = -9$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{3} \quad \text{lub} \quad x = -\frac{9}{4}$$

Dane równanie ma trzy rozwiązania: $x_1 = -\sqrt{3}$, $x_2 = \frac{\sqrt{2}}{3}$, $x_3 = -\frac{9}{4}$.

Zadanie 10.1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.	V. Funkcje. Zdający: 4) odczytuje z wykresu funkcji: [...] zbiór wartości, [...] przedziały monotoniczności [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

PP

Zadanie 10.2. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	III. Równania i nierówności. Zdający: 4) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia miejsc zerowych funkcji i podanie prawidłowego wyniku:

$$x_1 = -2 - \sqrt{3}, \quad x_2 = -2 + \sqrt{3}.$$

1 pkt – poprawne obliczenie wyróżnika trójmianu kwadratowego $x^2 + 4x + 1$: $\Delta = 12$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanieMiejsca zerowe funkcji f wyznaczamy z równania $x^2 + 4x + 1 = 0$.

Obliczamy wyróżnik podanego trójmianu kwadratowego:

$$\Delta = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 16 - 4 = 12$$

Ponieważ $\Delta > 0$, to funkcja f ma dwa miejsca zerowe: x_1 i x_2

$$x_1 = \frac{-4 - 2\sqrt{3}}{2} = -2 - \sqrt{3} \quad \text{ i } \quad x_2 = \frac{-4 + 2\sqrt{3}}{2} = -2 + \sqrt{3}$$

Miejskami zerowymi funkcji f są liczby: $x_1 = -2 - \sqrt{3}$, $x_2 = -2 + \sqrt{3}$.

Zadanie 10.3. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.	V. Funkcje. Zdający: 10) wyznacza największą [...] wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Z wykresu wnioskujemy, że największą wartość w przedziale $[-3, 2]$ funkcja f przyjmuje dla argumentu 2.

Obliczamy wartość $f(2) = 2^2 + 4 \cdot 2 + 1 = 4 + 8 + 1 = 13$

Największa wartość funkcji f w przedziale $[-3, 2]$ jest równa¹³ .

Zadanie 11. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.	V. Funkcje. Zdający: 3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą [...] wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 12. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	VI. Ciągi. Zdający: 5) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 13. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	VI. Ciągi. Zdający: 6) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 14. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	VII. Trygonometria. Zdający: 2) korzysta ze wzorów $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 15. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.	VII. Trygonometria. Zdający: 3) stosuje twierdzenie cosinusów [...].

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia długości boku BC trójkąta ABC i podanie prawidłowego wyniku: $|BC| = 7$.

1 pkt – zapisanie poprawnego równania wynikającego z twierdzenia cosinusów.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Obliczamy długość boku BC tego trójkąta. Zapisujemy równanie wynikające z twierdzenia cosinusów:

$$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2 - 2 \cdot |AB| \cdot |AC| \cdot \cos 60^\circ$$

$$|BC|^2 = 8^2 + 3^2 - 2 \cdot 8 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 64 + 9 - 24 = 49$$

$$|BC| = \sqrt{49} = 7$$

Bok BC tego trójkąta ma długość równą 7.

Zadanie 16. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.	VII. Trygonometria. Zdający: 3) stosuje [...] wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Korzystamy ze wzoru na pole trójkąta:

$$P = \frac{1}{2} \cdot |AC| \cdot |BC| \cdot \sin 30^\circ$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = 9$$

Pole trójkąta ABC jest równe⁹ .

Zadanie 17. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii, formułowanie wniosków na ich podstawie i uzasadnianie ich poprawności.	VIII. Planimetria. Zdający: 8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 18. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.	VIII. Planimetria. Zdający: 5) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 19. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej. Zdający: 3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 20. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej. Zdający: 2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich, jak np. przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość do innej prostej).

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B2

Zadanie 21. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.	IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej. Zdający: 2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej [...]; 4) posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne podstawienie współrzędnych środka danego okręgu do równania prostej i zapisanie prawidłowego wniosku – środek tego okręgu nie leży na prostej o danym równaniu.

1 pkt – zapisanie, że środkiem danego okręgu jest punkt o współrzędnych $(2, -3)$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Z równania okręgu $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$ odczytujemy współrzędne środka tego okręgu $(2, -3)$. Współrzędne środka okręgu podstawiamy do równania prostej $y = 3x - 8$.

Mamy:

$$-3 = 3 \cdot 2 - 8$$

$$-3 \neq -2$$

Otrzymaliśmy sprzeczność. Oznacza to, że punkt będący środkiem okręgu nie leży na prostej o danym równaniu.

Zadanie 22. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	X. Stereometria. Zdający: 5) oblicza [...] pola powierzchni [...], walca [...], również z wykorzystaniem trygonometrii.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

PP

Zadanie 23. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	X. Stereometria. Zdający: 5) oblicza objętości [...] kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 24. (0–4)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.	X. Stereometria. Zdający: 5) oblicza objętości [...] ostrosłupów [...], również z wykorzystaniem trygonometrii.

Zasady oceniania rozwiązań I i II sposobem

4 pkt – poprawna metoda obliczenia objętości ostrosłupa i zapisanie prawidłowego wyniku:

$$V = \frac{64\sqrt{5}}{3}.$$

3 pkt – poprawna metoda obliczenia pola P_p podstawy ostrosłupa i podanie wyniku: $P_p = 32$

LUB

– poprawna metoda obliczenia długości a krawędzi podstawy ostrosłupa i podanie wyniku: $a = 4\sqrt{2}$.

2 pkt – poprawna metoda obliczenia wysokości H ostrosłupa i zapisanie wyniku:

$$H = 2\sqrt{5}.$$

1 pkt – poprawna metoda obliczenia długości x odcinka stanowiącego połowę długości przekątnej podstawy tego ostrosłupa : $x = 4$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania rozwiązań III sposobem

4 pkt – poprawna metoda obliczenia objętości ostrosłupa i zapisanie prawidłowego wyniku:

$$V = \frac{64\sqrt{5}}{3}.$$

3 pkt – poprawna metoda obliczenia pola P_p podstawy ostrosłupa i podanie wyniku: $P_p = 32$.

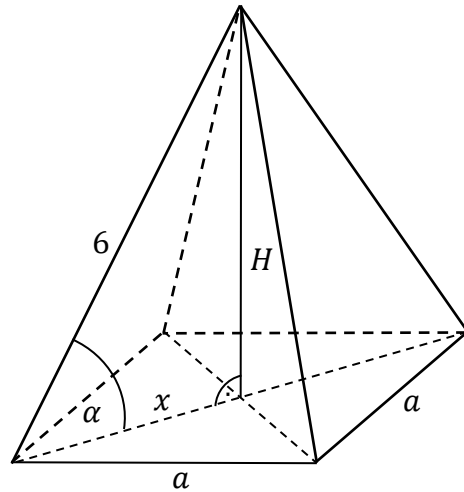
2 pkt – poprawna metoda obliczenia długości x odcinka, stanowiącego połowę długości przekątnej podstawy tego ostrosłupa: $x = 4$.

1 pkt – poprawna metoda obliczenia sinusa kąta nachylenia krawędzi bocznej tego ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$ oraz poprawne obliczenie wysokości tego ostrosłupa $H = 2\sqrt{5}$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania**I sposób**

Wprowadzamy oznaczenia: a – długość krawędzi podstawy ostrosłupa, H – wysokość ostrosłupa, x – długość połowy przekątnej podstawy (zobacz rysunek pomocniczy).



Ponieważ dany jest cosinus kąta nachylenia krawędzi bocznej ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy, korzystamy z definicji cosinusa kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o bokach: x , H , 6 . Zapisujemy i rozwiązujemy równanie z jedną niewiadomą x :

$$\frac{x}{6} = \cos \alpha, \text{ zatem } \frac{x}{6} = \frac{2}{3}$$

$$3x = 12$$

$$x = 4$$

Stosujemy twierdzenie Pitagorasa i obliczamy wysokość H tego ostrosłupa:

$$H^2 + x^2 = 6^2$$

$$H^2 = 36 - 16 = 20$$

$$H = 2\sqrt{5}$$

Długość przekątnej podstawy ostrosłupa jest równa $2x = 8$. Ponieważ podstawa ostrosłupa jest kwadratem, jej pole jest równe $P_p = \frac{1}{2} \cdot (2x)^2$. Po podstawieniu otrzymujemy:

$$P_p = \frac{1}{2} \cdot 8^2 = 32$$

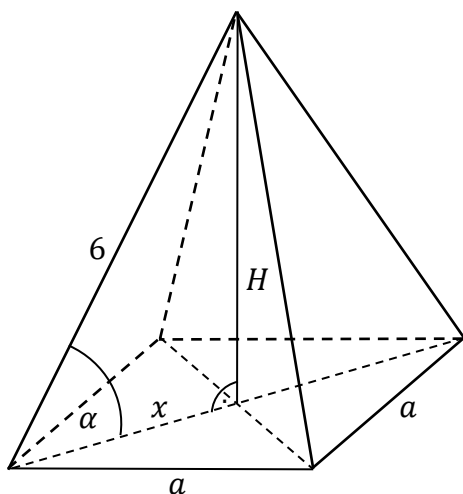
Objętość ostrosłupa jest równa $V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 32 \cdot 2\sqrt{5} = \frac{64\sqrt{5}}{3}$$

Objętość ostrosłupa jest równa $V = \frac{64\sqrt{5}}{3}$.

II sposób

Niech a oznacza długość krawędzi podstawy ostrosłupa, H – wysokość ostrosłupa, x – długość połowy przekątnej podstawy ostrosłupa (zobacz rysunek pomocniczy).



Długość x odcinka będącego połową długości przekątnej podstawy ostrosłupa możemy obliczyć z definicji cosinusa kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o bokach: x , H , 6. Zapisujemy i rozwiązujemy równanie z jedną niewiadomą x :

$$\frac{x}{6} = \cos \alpha, \text{ zatem } \frac{x}{6} = \frac{2}{3}$$
$$3x = 12$$
$$x = 4$$

Stosujemy twierdzenie Pitagorasa i obliczamy wysokość tego ostrosłupa:

$$H^2 + x^2 = 6^2$$
$$H^2 = 36 - 16 = 20$$
$$H = 2\sqrt{5}$$

Podstawa ostrosłupa jest kwadratem, zatem długość jego przekątnej jest równa $2x = a\sqrt{2}$. Na podstawie tej zależności i obliczonego $x = 4$ wyznaczamy długość a krawędzi podstawy ostrosłupa:

$$a = \frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$$

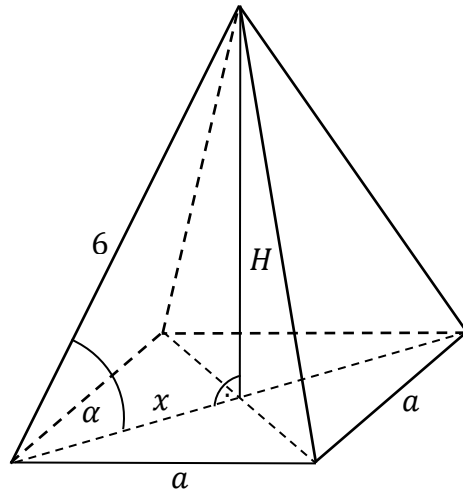
Objętość tego ostrosłupa jest równa $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot H$

$$V = \frac{1}{3} \cdot (4\sqrt{2})^2 \cdot 2\sqrt{5} = \frac{64\sqrt{5}}{3}$$

Objętość ostrosłupa jest równa $V = \frac{64\sqrt{5}}{3}$.

III sposób

Wprowadzamy oznaczenia: a – długość krawędzi podstawy ostrosłupa, H – wysokość ostrosłupa, x – długość połowy przekątnej podstawy (zobacz rysunek pomocniczy).



Dany jest $\cos \alpha = \frac{2}{3}$, zatem na podstawie równości $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ możemy obliczyć sinus tego kąta:

$$\sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

Stąd wynika, że $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Ponieważ $\sin \alpha = \frac{H}{6}$, więc $H = 6 \cdot \sin \alpha$

$$H = 6 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = 2\sqrt{5}$$

Z twierdzenia Pitagorasa obliczamy długość x odcinka stanowiącego połowę przekątnej podstawy ostrosłupa:

$$H^2 + x^2 = 6^2, \text{ skąd mamy } x^2 = 6^2 - (2\sqrt{5})^2 = 36 - 20 = 16$$

Stąd $x = 4$.

Podstawa ostrosłupa jest kwadratem, zatem długość jego przekątnej jest równa $2x = a\sqrt{2}$.

Na podstawie tej zależności i obliczonego $x = 4$ wyznaczamy długość a krawędzi podstawy ostrosłupa i obliczamy pole P_p podstawy:

$$a = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$$

$$P_p = (4\sqrt{2})^2 = 32$$

Objętość ostrosłupa jest równa: $V = \frac{1}{3} \cdot 32 \cdot 2\sqrt{5} = \frac{64\sqrt{5}}{3}$

Zadanie 25. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii, formułowanie wniosków na ich podstawie i uzasadnianie ich poprawności.	XI. Kombinatoryka. Zdający: 2) zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 26. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.	XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka. Zdający: 2) [...] znajduje medianę i dominantę.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

FP

Zadanie 27. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.	XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka. Zdający: 1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym.

Zasady oceniania

- 3 pkt – poprawna metoda obliczenia liczby losów przygotowanych na loterię i zapisanie prawidłowego wyniku: 133.
- 2 pkt – zapisanie równania z jedną niewiadomą wynikającego z prawdopodobieństwa zdarzenia polegającego na tym, że zakupiony jeden los na tej loterii okaże się losem wygrywającym, np. $\frac{w}{2w+95} = \frac{1}{7}$

LUB

- zapisanie równania z jedną niewiadomą wynikającego z prawdopodobieństwa zdarzenia polegającego na tym, że zakupiony jeden los na tej loterii okaże się losem przegrywającym, np. $\frac{p}{2p-95} = \frac{6}{7}$.
- 1 pkt – zapisanie wyrażeń opisujących liczbę losów wygrywających i liczbę wszystkich losów, przygotowanych na tę loterię, np. w i $2w + 95$

LUB

- zapisanie wyrażeń opisujących liczbę losów przegrywających i liczbę wszystkich losów, przygotowanych na tę loterię, np. p i $2p - 95$.
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania**I sposób**

Niech w oznacza liczbę losów wygrywających, przygotowanych na tę loterię.

Wtedy $w + 95$ jest liczbą losów przegrywających.

Zatem łącznie na tę loterię przygotowano $2w + 95$ wszystkich losów.

Ponieważ jest dane prawdopodobieństwo wylosowania losu wygrywającego przy zakupie jednego losu, więc możemy zapisać równanie:

$$\frac{w}{2w+95} = \frac{1}{7}$$

Przekształcamy równanie i otrzymujemy:

$$7w = 2w + 95$$

$$5w = 95$$

$$w = 19$$

Obliczamy łączną liczbę losów przygotowanych na tę loterię:

$$2 \cdot 19 + 95 = 38 + 95 = 133$$

Na loterię przygotowano 133 losy.

II sposób

Niech p oznacza liczbę losów przegrywających, przygotowanych na tę loterię.

Wtedy $p - 95$ jest liczbą losów wygrywających.

Zatem łącznie na tę loterię przygotowano $2p - 95$ wszystkich losów.

Jeżeli prawdopodobieństwo wylosowania losu wygrywającego przy zakupie jednego losu jest równe $\frac{1}{7}$, to prawdopodobieństwo wylosowania losu przegrywającego jest równe $\frac{6}{7}$.

Zatem możemy zapisać równanie:

$$\frac{p}{2p - 95} = \frac{6}{7}$$

Przekształcamy równanie i otrzymujemy:

$$7p = 6(2p - 95)$$

$$7p = 12p - 570$$

$$5p = 570$$

$$p = 114$$

Obliczamy łączną liczbę losów przygotowanych na tę loterię:

$$2 \cdot 114 - 95 = 228 - 95 = 133$$

Na loterię przygotowano 133 losy.