



<i>Rodzaj dokumentu:</i>	Osiągnięcia uczniów kończących VIII klasę szkoły podstawowej. Sprawozdanie za rok 2025
<i>Egzamin:</i>	Egzamin ósmoklasisty
<i>Przedmiot:</i>	Matematyka
<i>Termin egzaminu:</i>	14 maja 2025 r.
<i>Data publikacji dokumentu:</i>	19 września 2025 r.

WOJEWÓDZTWO MAŁOPOLSKIE

Sprawozdanie zostało opracowane przez Centralną Komisję Egzaminacyjną we współpracy z okręgowymi komisjami egzaminacyjnymi.

Centralna Komisja Egzaminacyjna

ul. Józefa Lewartowskiego 6, 00-190 Warszawa
tel. 22 536 65 00
www.cke.gov.pl sekretariat@cke.gov.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Gdańsku (województwa: kujawsko-pomorskie, pomorskie)

ul. Na Stoku 49, 80-874 Gdańsk
tel. 58 320 55 90
www.oke.gda.pl komisja@oke.gda.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Jaworznie (województwo śląskie)

ul. Adama Mickiewicza 4, 43-600 Jaworzno
tel. 32 784 16 00
www.oke.jaworzno.pl sekretariat@oke.jaworzno.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie (województwa: lubelskie, małopolskie, podkarpackie)

os. Szkolne 37, 31-978 Kraków
tel. 12 683 21 01
www.oke.krakow.pl oke@oke.krakow.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łomży (województwa: podlaskie, warmińsko-mazurskie)

Al. Legionów 9, 18-400 Łomża
tel. 86 473 71 20
www.oke.lomza.pl sekretariat@oke.lomza.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łodzi (województwa: łódzkie, świętokrzyskie)

ul. Ksawerego Praussa 4, 94-203 Łódź
tel. 42 664 80 50
lodz.oke.gov.pl sekretariat@lodz.oke.gov.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Poznaniu (województwa: lubuskie, wielkopolskie, zachodniopomorskie)

ul. Gronowa 22, 61-655 Poznań
tel. 61 854 01 60
www.oke.poznan.pl sekretariat@oke.poznan.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Warszawie (województwo mazowieckie)

ul. Józefa Bema 87, 01-233 Warszawa
tel. 22 457 03 35
www.oke.waw.pl info@oke.waw.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna we Wrocławiu (województwa: dolnośląskie, opolskie)

ul. Tadeusza Zielińskiego 57, 53-533 Wrocław
tel. 71 785 18 94
www.oke.wroc.pl sekretariat@oke.wroc.pl

1. Opis arkusza standardowego

W roku szkolnym 2024/2025 egzamin ósmoklasisty z matematyki został przeprowadzony na podstawie wymagań podstawy programowej określonych w Rozporządzeniu Ministra Edukacji z dnia 28 czerwca 2024 r.¹

Uczniowie bez dysfunkcji oraz uczniowie z dysleksją rozwojową rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-100-2505. Arkusz egzaminacyjny zawierał 21 zadań, w tym 15 zadań zamkniętych (zadania wyboru wielokrotnego, zadania prawda-fałsz, zadania na dobieranie) i 6 zadań otwartych. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań można było uzyskać maksymalnie 30 punktów. Zadania w arkuszu egzaminacyjnym sprawdzały umiejętności z zakresu arytmetyki, algebry i geometrii. Od ósmoklasistów wymagały uważnej analizy treści i elementów graficznych, a w przypadku zadań otwartych – dodatkowo zaplanowania i zapisania kolejnych etapów rozwiązania oraz sformułowania odpowiedzi.

2. Dane dotyczące populacji uczniów

TABELA 1. UCZNIOWIE ROZWIĄZUJĄCY ZADANIA W ARKUSZU STANDARDOWYM

Liczba uczniów		32 254
Uczniowie	bez dysleksji rozwojowej	24 852
	z dysleksją rozwojową	7 402
	dziewczęta	15 623
	chłopcy	16 631
	ze szkół na wsi	17 371
	ze szkół w miastach do 20 tys. mieszkańców	4 693
	ze szkół w miastach od 20 tys. do 100 tys. mieszkańców	3 459
	ze szkół w miastach powyżej 100 tys. mieszkańców	6 731
	ze szkół publicznych	31 000
	ze szkół niepublicznych	1 254

Z egzaminu zwolniono 19 uczniów – laureatów i finalistów olimpiad przedmiotowych oraz laureatów konkursów przedmiotowych o zasięgu wojewódzkim lub ponadwojewódzkim.

¹ Rozporządzenie Ministra Edukacji z dnia 28 czerwca 2024 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej (Dz.U. 2024, poz. 996).

TABELA 2. UCZNIOWIE ROZWIĄZUJĄCY ZADANIA W ARKUSZACH DOSTOSOWANYCH

Uczniowie	z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera	244
	słabowidzący i niewidomi	58
	słabosłyszący i niesłyszący	78
	z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu lekkim	283
	z afazją	133
	z niepełnosprawnością ruchową spowodowaną mózgowym porażeniem dziecięcym	5
	z zaburzeniem widzenia barw	12
	o których mowa w art. 165 ust. 1 ustawy ² (cudzoziemcy)	344
	obywatele Ukrainy	1 047
	Ogółem	2 204

² Ustawa z dnia 14 grudnia 2016 r. *Prawo oświatowe* (Dz.U. z 2024 r. poz. 737, z późn. zm.).

3. Przebieg egzaminu

TABELA 3. INFORMACJE DOTYCZĄCE PRZEBIEGU EGZAMINU

Termin egzaminu			14 maja 2025 r.
Czas trwania egzaminu			125 minut dla uczniów rozwiązujących zadania w arkuszu standardowym lub czas przedłużony zgodnie z przyznanym dostosowaniem
Liczba szkół			1 373
Liczba zespołów egzaminatorów			15
Liczba egzaminatorów			267
Liczba egzaminatorów weryfikatorów			15
Liczba obserwatorów ³ (§ 7 ust. 1)			53
Liczba unieważnień ⁶	w przypadku:		
	art. 44zzv pkt 1	stwierdzenia niesamodzielnego rozwiązywania zadań przez ucznia	2
	art. 44zzv pkt 2	wniesienia lub korzystania przez ucznia w sali egzaminacyjnej z urządzenia telekomunikacyjnego	1
	art. 44zzv pkt 3	zakłócania przez ucznia prawidłowego przebiegu egzaminu ósmoklasisty	0
	art. 44zzw ust. 1	stwierdzenia podczas sprawdzania pracy niesamodzielnego rozwiązywania zadań przez ucznia	0
	art. 44zzy ust. 7	stwierdzenia naruszenia przepisów dotyczących przeprowadzania egzaminu ósmoklasisty	0
	art. 44zzy ust. 10	niemożności ustalenia wyniku (np. zaginięcia karty odpowiedzi)	0
	inne (np. złe samopoczucie ucznia)		0
Liczba wglądów ⁴ (art. 44zzz ust. 1)			719

³ Rozporządzenie Ministra Edukacji i Nauki z dnia 2 sierpnia 2022 r. w sprawie szczegółowych warunków i sposobu przeprowadzania egzaminu ósmoklasisty (Dz.U. z 2022 r. poz. 1636, z późn. zm.).

⁴ Ustawa z dnia 7 września 1991 r. o systemie oświaty (Dz.U. z 2025 r. poz. 881).

4. Podstawowe dane statystyczne

Wyniki uczniów

WYKRES 1. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

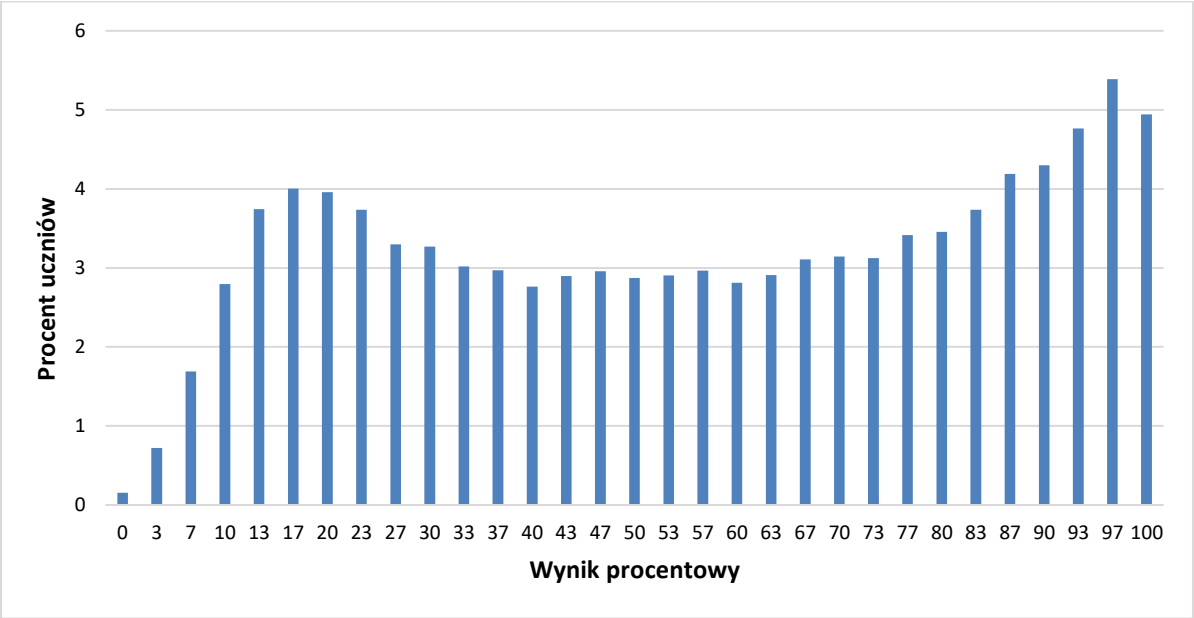


TABELA 4. WYNIKI UCZNIÓW – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
32 254	0	100	57	97	56	29

Wyniki uczniów w procentach, odpowiadające im wartości centyli i wyniki na skali staninowej

TABELA 5. WYNIKI UCZNIÓW W PROCENTACH, ODPOWIADAJĄCE IM WARTOŚCI CENTYLI I WYNIKI NA SKALI STANINOWEJ

Matematyka		
wynik procentowy	wartość centyla	stanin
0	1	1
3	2	
7	4	
10	9	2
13	14	
17	20	3
20	25	
23	29	4
27	34	
30	37	
33	41	
37	44	5
40	47	
43	50	
47	53	
50	56	
53	59	
57	62	
60	64	6
63	67	
67	70	
70	72	
73	75	
77	78	
80	81	7
83	84	
87	87	
90	90	
93	94	8
97	97	
100	100	9

W tabeli 5. przedstawiono wyniki procentowe uczniów i odniesiono je do wartości centyla i odpowiadającego im stanina. Wyniki w skali centylowej i staninowej umożliwiają porównanie wyniku ucznia z wynikami uczniów w całym kraju. Na przykład, jeśli uczeń z matematyki uzyskał 57% punktów możliwych do zdobycia (wynik procentowy), to oznacza, że jego wynik jest taki sam lub wyższy od wyniku 62% wszystkich zdających (wynik centylowy), a niższy od wyniku 38% zdających i znajduje się on w 5. staninie.

Średnie wyniki szkół⁵ na skali staninowej

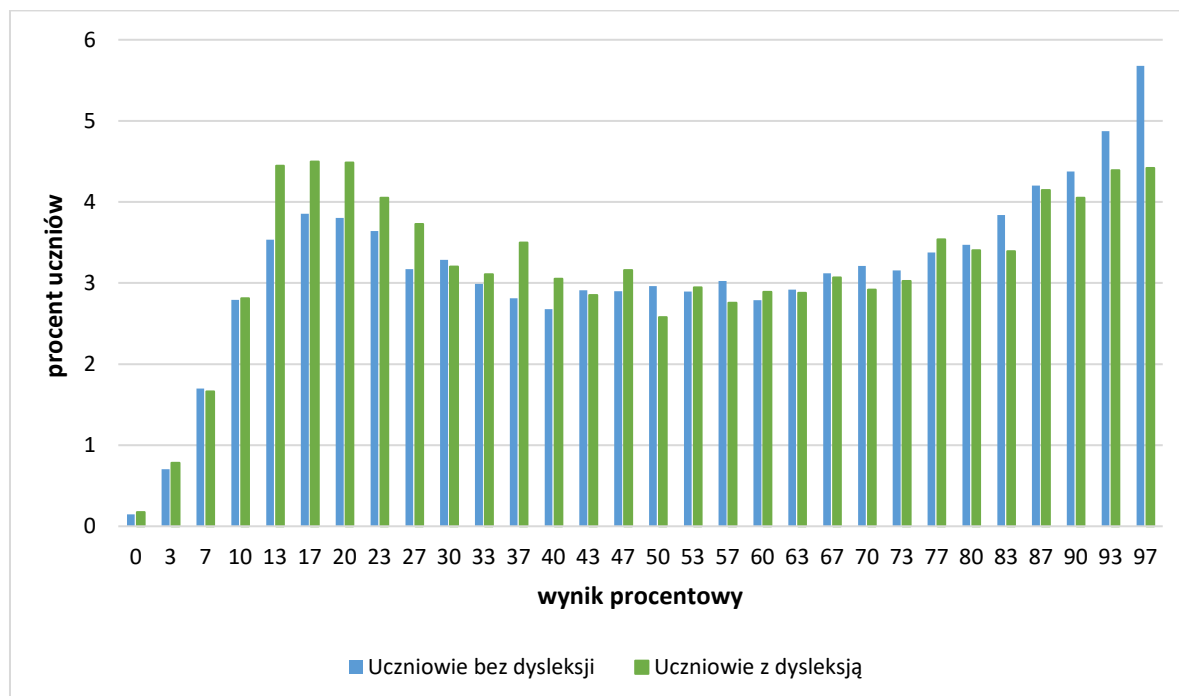
TABELA 6. WYNIKI SZKÓŁ NA SKALI STANINOWEJ

Stanin	Przedział wyników (w%)
1	9–24
2	25–31
3	32–37
4	38–44
5	45–50
6	51–57
7	58–65
8	66–75
9	76–97

Skala staninowa umożliwia porównywanie średnich wyników szkół w poszczególnych latach. Uzyskanie w kolejnych latach takiego samego średniego wyniku w procentach nie oznacza tego samego poziomu osiągnięć.

Wyniki uczniów bez dysleksji oraz uczniów z dysleksją rozwojową

WYKRES 2. ROZKŁADY WYNIKÓW UCZNIÓW BEZ DYSLEKSJI ORAZ UCZNIÓW Z DYSLEKSJĄ ROZWOJOWĄ

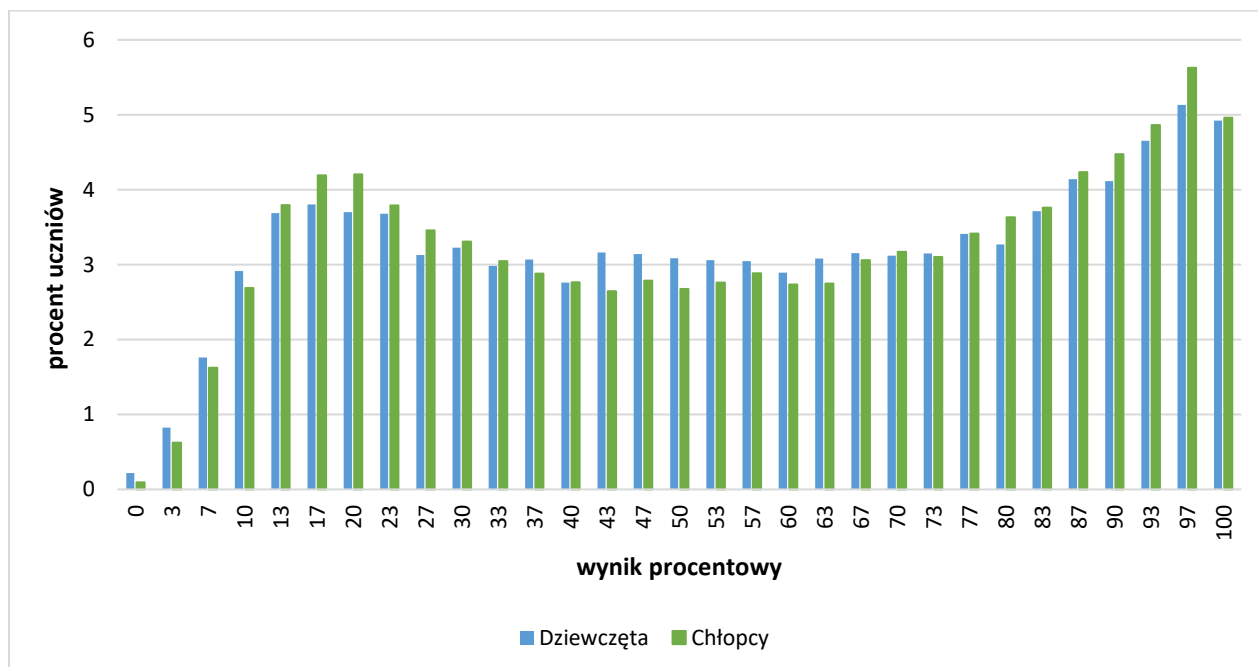


⁵ Ilećroć w niniejszym sprawozdaniu jest mowa o wynikach szkół w 2025 roku, przez szkołę należy rozumieć każdą placówkę, w której liczba uczniów przystępujących do egzaminu była nie mniejsza niż 5. Wyniki szkół obliczono na podstawie wyników uczniów, którzy wykonywali zadania z arkusza OMAP-100-2505.

TABELA 7. WYNIKI UCZNIÓW BEZ DYSLEKSJI ORAZ UCZNIÓW Z DYSLEKSJĄ ROZWOJOWĄ – PARAMETRY STATYSTYCZNE

	Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
Uczniowie bez dysleksji	24 852	0	100	60	97	57	29
Uczniowie z dysleksją rozwojową	7 402	0	100	53	17	54	29

Wyniki dziewcząt i chłopców

WYKRES 3. ROZKŁADY WYNIKÓW DZIEWCZĄT I CHŁOPCÓW

TABELA 8. WYNIKI DZIEWCZĄT I CHŁOPCÓW – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Płeć	Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
Dziewczęta	15 623	0	100	57	97	56	29
Chłopcy	16 631	0	100	57	97	57	30

Wyniki uczniów a wielkość miejscowości

TABELA 9. WYNIKI UCZNIÓW W ZALEŻNOŚCI OD LOKALIZACJI SZKOŁY – PARAMETRY STATYSTYCZNE

	Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
Wieś	17 371	0	100	53	20	53	29
Miasto do 20 tys. mieszkańców	4 693	0	100	53	97	54	29
Miasto od 20 tys. do 100 tys. mieszkańców	3 459	0	100	57	93	56	29
Miasto powyżej 100 tys. mieszkańców	6 731	0	100	77	100	66	29

Wyniki uczniów szkół publicznych i szkół niepublicznych

TABELA 10. WYNIKI UCZNIÓW SZKÓŁ PUBLICZNYCH I SZKÓŁ NIEPUBLICZNYCH – PARAMETRY STATYSTYCZNE

	Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
Szkoła publiczna	31 000	0	100	57	97	56	29
Szkoła niepubliczna	1 254	0	100	77	100	68	29

Poziom wykonania zadań

TABELA 11. POZIOM WYKONANIA ZADAŃ

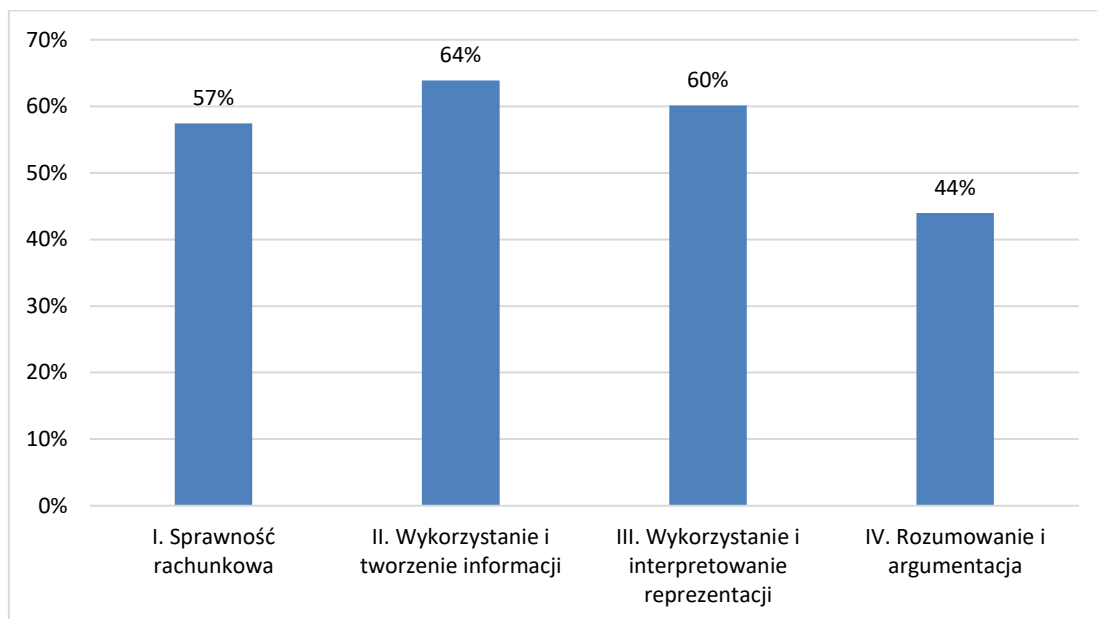
Podstawa programowa			
Numer zadania	Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe	Poziom wykonania zadania (%)
1.	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY VII i VIII V. Obliczenia procentowe. Uczeń: 3) oblicza, jaki procent danej liczby b stanowi liczba a . XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą [...] diagramów słupkowych [...].	64%
2.	I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	KLASY IV–VI V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 7) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych [...] z uwzględnieniem reguł dotyczących kolejności wykonywania działań [...].	49%
3.	I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	KLASY IV–VI II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 15) wyznacza wynik dzielenia z resztą liczby a przez liczbę b [...].	83%
4.	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY VII i VIII XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.	70%
5.	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY VII i VIII VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) [...].	62%
6.	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY VII i VIII III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi. Uczeń: 3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych.	47%
7.	I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	KLASY IV–VI V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 7) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych, wymagających stosowania działań arytmetycznych na liczbach całkowitych lub na liczbach zapisanych za pomocą ułamków zwykłych [...], także wymiernych ujemnych, z uwzględnieniem reguł dotyczących kolejności wykonywania działań [...]. KLASY VII i VIII II. Pierwiastki. Uczeń: 1) oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych.	40%

Podstawa programowa			
Numer zadania	Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe	Poziom wykonania zadania (%)
8.	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY VII i VIII I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń: 2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich; 4) podnosi potęgę do potęgi.	63%
9.	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY IV–VI XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 9) w sytuacji praktycznej oblicza: [...] czas przy danej drodze i prędkości oraz stosuje jednostki prędkości km/h i m/s.	86%
10.	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY VII i VIII XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 2) przeprowadza proste doświadczenia losowe [...] analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.	62%
11.	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY IV–VI XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 3) oblicza pola: trójkąta [...] przedstawion[ego] na rysunku [...]. KLASY VII i VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).	51%
12.	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY IV–VI III. Liczby całkowite. Uczeń: 2) interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej; 5) wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych.	76%
13.	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY IV–VI IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń: 5) zna najważniejsze własności kwadratu [...], rombu [...], trapezu [...]. XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 2) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.	76%
14.	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY IV–VI IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń: 5) zna najważniejsze własności [...] równoległoboku [...]. KLASY VII i VIII X. Oś liczbową. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń: 2) znajduje współrzędne danych (na rysunku) punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie.	72%
15.	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY IV–VI XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 6) oblicza [...] pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi.	59%

Podstawa programowa			
Numer zadania	Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe	Poziom wykonania zadania (%)
16.	IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	KLASY IV–VI V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 1) dodaje, odejmuje [...] ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane. IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 3) skraca i rozszerza ułamki zwykłe.	53%
17.	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY VII i VIII VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą [...].	52%
18.	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY IV–VI VIII. Kąty. Uczeń: 6) rozpoznaje kąty wierzchołkowe i przyległe oraz korzysta z ich własności. IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń: 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta; 5) zna najważniejsze własności [...] równoległoboku i trapezu [...]. KLASY VII i VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych.	58%
19.	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY IV–VI XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 3) oblicza pola: [...] kwadratu, prostokąta, [...] w sytuacjach praktycznych [...]. XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 8) oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali oraz długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość.	53%
20	IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	KLASY IV–VI XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 3) oblicza pola: trójkąta, kwadratu, [...] w sytuacjach praktycznych [...]; 5) oblicza pola wielokątów metodą podziału na mniejsze wielokąty lub uzupełniania do większych wielokątów [...]. IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka.	36%
21	IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	KLASY VII i VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego). IX. Wielokąty. Uczeń: 2) stosuje wzory na pole trójkąta [...], a także do wyznaczania długości odcinków [...]. XI. Geometria przestrzenna. Uczeń: 1) rozpoznaje [...] ostrosłupy [...] prawidłowe.	46%

Poziom wykonania zadań w zakresie poszczególnych obszarów umiejętności

WYKRES 4. POZIOM WYKONANIA ZADAŃ W ZAKRESIE POSZCZEGÓLNYCH OBSZARÓW UMIEJĘTNOŚCI



Komentarz

Arkusz egzaminacyjny składał się z 21 zadań, w tym 15 zadań zamkniętych i 6 zadań otwartych. W zestawie nie było zadań bardzo trudnych i bardzo łatwych. Najliczniejszą grupę, dziewięć zadań, stanowiły zadania trudne (poziom wykonania od 29% do 42%). Osiem zadań było umiarkowanie trudnych (poziom wykonania od 50% do 66%). Cztery zadania okazały się łatwe (poziom wykonania od 70% do 83%). Za rozwiązanie zadań zamkniętych uczniowie uzyskali średnio 59% punktów możliwych do zdobycia, a za rozwiązanie zadań otwartych 35% punktów.

Pierwsze wymaganie ogólne, czyli **sprawność rachunkowa**, sprawdzane było trzema zadaniami zamkniętymi: 2., 3. i 7. Zdający uzyskali za ich rozwiązanie średnio 54% punktów możliwych do zdobycia. Łatwe dla uczniów okazało się **zadanie 3.**, w którym spośród czterech liczb należało wskazać tę, która przy dzieleniu przez 7 daje resztę 1. Jednym ze sposobów pozwalających wskazać liczbę, było wykonanie dzielenia, co przedstawiono w przykładach 1. i 2. Innym sposobem było wykorzystanie mnożenia, jak pokazuje przykład 3. Poprawną odpowiedź wybrało 79% uczniów.

Przykład 1.

$$\begin{array}{r} 13 \\ 7 \overline{) 91} \\ \underline{- 70} \\ 21 \\ \underline{- 21} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 7 \overline{) 92} \\ \underline{- 70} \\ 22 \\ \underline{- 21} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 7 \overline{) 95} \\ \underline{- 70} \\ 25 \\ \underline{- 21} \\ 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 7 \overline{) 97} \\ \underline{- 70} \\ 27 \\ \underline{- 21} \\ 6 \end{array}$$

Przykład 2.

$$\begin{array}{r} 13 \\ 7 \overline{) 91} \\ \underline{- 70} \\ 21 \\ \underline{- 21} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 7 \overline{) 92} \\ \underline{- 70} \\ 22 \\ \underline{- 21} \\ 1 \end{array}$$

Przykład 3.

$$\begin{array}{l} 7 \cdot 10 = 70 \\ 7 \cdot 12 = 84 \\ 7 \cdot 14 = 98 \\ 7 \cdot 13 = 91 \end{array}$$

W **zadaniu 2.** należało obliczyć wartość wyrażenia arytmetycznego, w którym występowały ułamki zwykłe i dziesiętne. Rozwiązanie zadania utrudniał fakt, że otrzymaną różnicę należało podzielić przez liczbę ujemną. W tym zadaniu uczniowie najczęściej wykonywali

niepoprawnie odejmowanie (przykład 4.) albo nie potrafili ustalić poprawnie znaku ilorazu – prawie co trzeci uczeń wybrał jako odpowiedź liczbę ujemną. Poprawnie rozwiązało zadanie 46% zdających.

Przykład 4.

$$(24 - 5\frac{1}{3}) : (-2) = (2\frac{2}{3} - 5\frac{1}{3}) : (-2) = (2\frac{4}{6} - 5\frac{2}{6}) : (-2) =$$

$$-3\frac{1}{3} : (-2) = \frac{46}{6} : (-2) = \frac{23}{3} = 7\frac{2}{3}$$

Najtrudniejsze w tej grupie okazało się **zadanie 7.**, typu prawda-falsz, poprawną odpowiedź wskazało 37% uczniów. W zadaniu należało ustalić znak wartości jednego z wyrażeń oraz porównać wartości dwóch danych wyrażeń. W celu oceny prawdziwości zdań uczeń musiał obliczyć wartości pierwiastków z liczb całkowitych i ułamków oraz wykonać pozostałe działania z uwzględnieniem kolejności ich wykonywania. Przykład 5. ilustruje sposób prowadzący do wskazania poprawnej odpowiedzi.

Przykład 5.

$$\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{36} - \frac{1}{48} = \frac{48}{x} - \frac{36}{x}$$

$$9 \cdot 4 - 16 \cdot 3 = 36 - 48 = -$$

Co czwarty uczeń uznał, że wyrażenie K ma wartość ujemną, co wynika z nieumiejętności odejmowania ułamków zwykłych o różnych mianownikach (przykład 6).

Przykład 6.

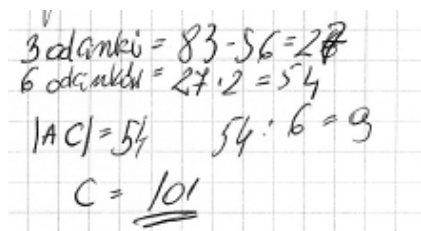
$$K = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{36} - \frac{1}{48} = -\frac{1}{12}$$

Drugie wymaganie ogólne, czyli **wykorzystanie i tworzenie informacji**, sprawdzane było sześcioma zadaniami zamkniętymi (1., 5., 11., 12., 14., 15.). Zdający uzyskali za ich rozwiązanie średnio 58% punktów możliwych do zdobycia.

Najłatwiejszym z nich okazało się **zadanie 12.** typu prawda-falsz, które wymagało umiejętności interpretacji liczb całkowitych na osi liczbowej. Poprawnej oceny dwóch zdań dokonało 71% zdających. Jeden ze sposobów rozwiązania pokazuje przykład 7.

Przykład 7.


$$\begin{aligned}3 \text{ zadanki} &= 83 - 56 = 27 \\6 \text{ odcinków} &= 27 \cdot 2 = 54 \\|AC| &= 54 \\C &= \underline{\underline{101}}\end{aligned}$$

W grupie zadań umiarkowanie trudnych, sprawdzających umiejętności z zakresu drugiego wymagania ogólnego, znalazły się zadania 1., 5., 14. i 15.

Zadanie 1. dotyczyło obliczeń procentowych na podstawie danych przedstawionych na diagramie. Uzyskanie punktu wymagało poprawnego uzupełnienia dwóch zdań. Dokonało tego 59% zdających. Najwięcej, bo około 38% uczniów błędnie uzupełniło drugie zdanie. Błąd polegał na utożsamieniu różnicy kwot oszczędności w marcu i styczniu z procentem o jaki ta różnica była większa od kwoty odłożonej w styczniu.

W **zadaniu 5.** należało z podanego wzoru wyznaczyć wskazaną wielkość. Bezbłędnie wykonało polecenie 57% egzaminowanych. Co czwarty uczeń wybrał odpowiedź $a = \frac{L-2b+c}{2}$, co świadczy o tym, że miał problem z ustaleniem znaku współczynnika przy zmiennej c w wyznaczonym równaniu. Pozostali uczniowie, którzy wybrali błędne odpowiedzi, przy wyznaczaniu a nie uwzględniali konieczności podzielenia przez 2.

W **zadaniu 14.** poprawną odpowiedź wybrało 66% zdających. Wybory błędnych odpowiedzi w tym zadaniu wskazują na brak umiejętności korzystania z własności równoległoboku, którego trzy wierzchołki były zaznaczone w układzie współrzędnych. Co trzeci piszący nie potrafił wykorzystać zamieszczonego rysunku do podjęcia właściwej decyzji, 17% egzaminowanych pomyliło równoległobok z trapezem.

W **zadaniu 15.** należało obliczyć pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu o danych długościach krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka. Poprawnego wyboru dokonało 52% piszących. Około 27% zdających wskazało 210, co świadczy o tym, że pomyliło pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu z jego objętością.

Trudnym dla ósmoklasistów było **zadanie 11.**, które poprawnie rozwiązało 44% zdających. W tym zadaniu należało wykazać się umiejętnością stosowania twierdzenia Pitagorasa oraz obliczania pól trójkątów. Na poziom trudności tego zadania istotny wpływ miała ocena prawdziwości pierwszego zdania. Uczniowie popełniali błędy rachunkowe przy zastosowaniu twierdzenia Pitagorasa (przykład 8.). Z prawidłową oceną drugiego zdania poradziło sobie około 70% zdających. Rysunek będący integralną częścią zadania pozwalał zauważyć, że trójkąty ABC i ADC mają wspólną wysokość BC .

Przykład 8.

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \frac{a \cdot h}{2} \\
 a &= 30 \text{ cm} \\
 a^2 + b^2 &= c^2 \\
 30^2 + b^2 &= 50^2 \\
 900 + b^2 &= 2500 \\
 b^2 &= 1600 \\
 b &= \sqrt{1600} \\
 b &= 400 \\
 b &= h \\
 h &= 400 \\
 P &= \frac{30 \cdot 400}{2} \\
 P &= \frac{12000}{2} \\
 P &= 6000 \text{ [cm}^2\text{]}
 \end{aligned}$$

Trzecie wymaganie ogólne, czyli **wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji** sprawdzane było dziewięcioma zadaniami, z czego sześć to zadania zamknięte: 4., 6., 8., 9., 10. oraz 13., za których rozwiązanie zdający uzyskali średnio 62% punktów możliwych do zdobycia. Pozostałe trzy zadania to zadania otwarte 17., 18. i 19., których poziom wykonania jest odpowiednio równy: 45%, 50% i 46%. Za wymienione zadania otwarte uczniowie uzyskali średnio 46% punktów możliwych do zdobycia.

Najłatwiejszym z zadań sprawdzających umiejętności z zakresu III wymagania ogólnego okazało się **zadanie 9.**, w którym poprawną odpowiedź wskazało 83% zdających. Jest to również zadanie najłatwiejsze w całym arkuszu egzaminacyjnym. W tym zadaniu uczeń musiał policzyć czas w jakim rowerzysta pokonał ustaloną odległość przy podanej prędkości. W rozwiązaniu zdający mógł wykorzystać związek między prędkością a drogą i czasem (przykład 9.) lub zastosować związek między drogami przebytymi w określonym czasie z wykorzystaniem własności wielkości wprost proporcjonalnych (przykład 10.).

Przykład 9.

$$\begin{aligned}
 \text{Zad. 9} \\
 \begin{array}{c} \triangle \\ \hline S \\ \hline +TV \end{array} \\
 S &= 100 \text{ m} \\
 v &= 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
 t &= ? \quad t = 20 \text{ sec}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 100 \text{ m} \\
 \hline
 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}
 \end{array}$$

Przykład 10.

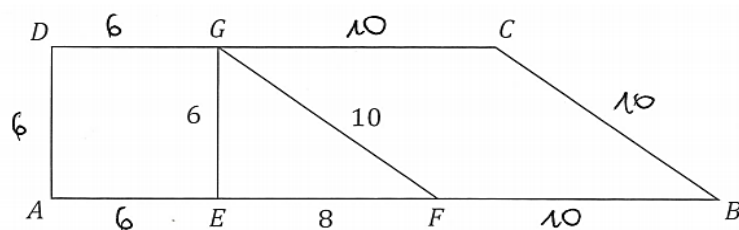
$$\begin{array}{l}
 100 \text{ m} \text{ --- } \times 5 \\
 5 \text{ m} \text{ --- } 15
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 20 \\
 \hline
 100 : 5
 \end{array}$$

Najczęściej wybraną błędną odpowiedzią było 500 s, co wynika z niewłaściwego zastosowania zależności między drogą, czasem i prędkością. Wskazało ją niemal 9% zdających.

Do zadań łatwych należy również **zadanie 13.**, którego poziom wykonania jest równy 70%. Należało wskazać obwód przedstawionego na rysunku trapezu podzielonego na trzy figury (kwadrat, trójkąt i romb), wykorzystując własności tych figur i podane długości boków trójkąta. Przykład 11. przedstawia poprawne rozwiązanie tego zadania.

Przykład 11.



$$6 + 16 + 10 + 16 + 8 = 30 + 26 = 56$$

Najczęściej popełniany błąd polegał na obliczeniu sumy długości wszystkich odcinków widocznych na rysunku zamiast obliczenia obwodu trapezu, o czym świadczy wybór odpowiedzi 72, którą wskazało 12% zdających. Co dziesiąty uczeń zamiast obwodu, obliczył pole trapezu, co obrazuje przykład 12.

Przykład 12.

$$P = \frac{(24 + 16) \cdot 4}{2} = 40 \cdot 2 = 80$$

Zadanie 4. wymagało od uczniów umiejętności obliczenia średniej arytmetycznej oraz wyznaczenia sumy liczb na podstawie podanej średniej. Poprawnie uzupełniło obydwa zdania 64% zdających. Przykład 13. ilustruje poprawne rozwiązanie.

Przykład 13.

$$\begin{aligned} \text{Zad. 4} \\ \frac{a+b+c+d}{4} &= 9 \quad | \cdot 4 & \frac{e+f}{2} &= 6 \quad | \cdot 2 \\ a+b+c+d &= 36 & e+f &= 12 \\ 36 - 12 &= 24 \\ \frac{36+12}{6} &= \frac{48}{6} = 8 \end{aligned}$$

Prawie co siódmy uczeń błędnie uzupełnił obydwa zdania. W pierwszym wskazał liczbę, która jest różnicą średnich arytmetycznych, a w drugim liczbę która jest średnią arytmetyczną dwóch danych średnich (przykład 14.).

Przykład 14.

$$9 - 6 = 3$$

$$\text{Średnia z } a, b, c, d = 9 =$$

$$\text{średnia } e, f = 6 = 6$$

$$\text{Suma: } a, b, c, d = 9 \quad e, f = 6$$

$$9 + 6 = 15$$

$$15 : 2$$

Kolejne dwa zadania: 8. i 10. mają zbliżony poziom trudności. Poprawnie rozwiązało je odpowiednio 58% i 56% uczniów.

Zadanie 8. wymagało od zdających umiejętności wykonywania działań na potęgach w szczególności potęgowania potęgi oraz dzielenia potęg o wykładnikach całkowitych dodatnich. Istotnym elementem zadania było też sprowadzenie potęg do tej samej podstawy. Prawidłowe rozwiązanie przedstawia przykład 15.

Przykład 15.

$$8^6 : 4^3 = (2^3)^6 : (2^2)^3 = 2^{18} : 2^6 = 2^{12}$$

Co piąty uczeń nie sprowadził potęg do jednakowej podstawy, lecz podzielił podstawy i odjął wykładniki, jak pokazuje przykład 16.

Przykład 16.

$$8^6 : 4^3 = 2^3$$

Około 11% egzaminowanych nie poradziło sobie ze sprowadzeniem potęg do jednakowej podstawy z powodu braku umiejętności potęgowania potęgi, co ilustruje przykład 17.

Przykład 17.

$$2^9 : 2^5 = 2^4$$

W **zadaniu 10.** należało obliczyć prawdopodobieństwo wyciągnięcia losu pustego, znając numery losów wygrywających. Poprawnej odpowiedzi udzieliło 56% zdających. Jeden ze sposobów rozwiązania ilustruje przykład 18.

Przykład 18.

$$\begin{array}{r} 612 \\ 182 \\ - 36 \\ \hline 36 \end{array}$$

$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

$46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71,$

$72/36$

Zadanie 10. (0–1)

Na loterię przygotowano 72 losy i ponumerowano je kolejnymi liczbami naturalnymi od 1 do 72. Wygrywają losy o numerach od 1 do 9 i od 46 do 72. Pozostałe losy są puste. Ada jako pierwsza wyciąga jeden los.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo wyciągnięcia przez Adę losu pustego jest równe

A. $\frac{26}{72}$ B. $\frac{27}{72}$ C. $\frac{35}{72}$ D. $\frac{36}{72}$

Odpowiedź $\frac{35}{72}$ wybrało 30% uczniów. Jednym z błędów prowadzących do wyboru tej odpowiedzi było niepoprawne zliczenie losów wygrywających, co pokazuje przykład 19.

Przykład 19.

$72 \rightarrow \text{całość}$ $1-772$ 26 $26+9=35$

$\rightarrow$ Wygrywa: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ i od $46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, \dots, 72$

Zadanie 10. (0–1)

Na loterię przygotowano 72 losy i ponumerowano je kolejnymi liczbami naturalnymi od 1 do 72. Wygrywają losy o numerach od 1 do 9 i od 46 do 72. Pozostałe losy są puste. Ada jako pierwsza wyciąga jeden los.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo wyciągnięcia przez Adę losu pustego jest równe

A. $\frac{26}{72}$ B. $\frac{27}{72}$ C. $\frac{35}{72}$ D. $\frac{36}{72}$

Najtrudniejszym zadaniem sprawdzającym umiejętności z obszaru wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji okazało się **zadanie 6.**, którego poziom wykonania jest równy 42%. Tym razem należało wskazać poprawne wyrażenie algebraiczne opisujące liczbę piłek na podstawie informacji przedstawionych w treści zadania. Opis słowny dotyczył zależności między liczbami piłek białych, fioletowych i czarnych, przyjmując, że x jest liczbą piłek fioletowych. Poprawne rozwiązanie ilustruje przykład 20.

Przykład 20.

Zad. 6
 $x \leftarrow$ piłki fioletowe
 $4x \leftarrow$ piłki białe
 $4x+3 \leftarrow$ piłki czarne
 $x + 4x + 4x + 3 = 9x + 3$

Prawie połowa uczniów jako poprawne wyrażenie wskazywała: $9x - 3$ albo $6x - 3$. Wybory te wynikają z błędnej interpretacji równoczesnej zależności liczby piłek białych od liczby piłek fioletowych i czarnych (przykład 21. i 22.).

Przykład 21.

b: $4x + (-3) - 3$
 f: x
 c: ~~4x~~ $4x$

Łączną liczbę wszystkich piłek w pudełku opisuje wyrażenie

A. $6x + 3$

B. $6x - 3$

☒ C. $9x - 3$

D. $9x + 3$

Przykład 22.

$B = 4x - 3$
 $F = x$
 $L = x$

Łączną liczbę wszystkich piłek w pudełku opisuje wyrażenie

A. $9x + 3$

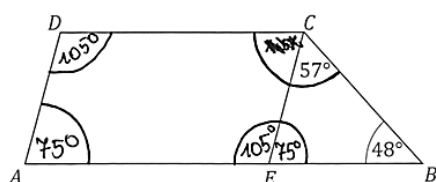
B. $9x - 3$

C. $6x + 3$

☒ D. $6x - 3$

Umiejętności z tego obszaru były sprawdzane również trzema zadaniami otwartymi. Najłatwiejszym zadaniem otwartym było zadanie 18., którego poziom wykonania jest równy 50%. W tym zadaniu należało wyznaczyć miary trzech kątów trapezu $ABCD$ na podstawie informacji o miarach niektórych kątów zapisanych dodatkowo na rysunku. Dwa punkty, czyli maksymalną liczbę uzyskało 39% zdających. Uczniowie realizowali różne sposoby rozwiązania zadania, co pokazują przykłady: 23., 24., 25. i 26.

Przykład 23.



$$180^\circ - 57^\circ - 48^\circ = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$$

$$\angle CEB = 75^\circ$$

~~$$\angle DAB = \angle BCD - 57^\circ$$~~

~~$$\angle BCD = 180^\circ$$~~

$$\angle CDA = \angle CEA \quad \angle CEA = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

$$\angle DAB = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$$

$$\angle BCD = 75^\circ + 57^\circ = 132^\circ$$

$$\angle DAB = 75^\circ$$

$$\angle BCD = 132^\circ$$

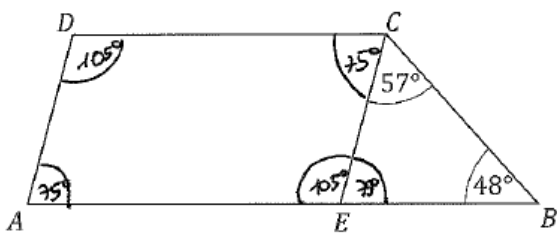
$$\angle CDA = 105^\circ$$

Odp.: Miara kąta DAB to 75° ,
kąta BCD to 132° , kąta ~~180~~
CDA 105° .

Sprawdzenie:

$$105^\circ + 132^\circ + 75^\circ + 48^\circ = 360^\circ$$

Przykład 24.



$$\angle BEC = 180^\circ - (48^\circ + 57^\circ) = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$$

$$\angle CEA = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ = \angle ADC$$

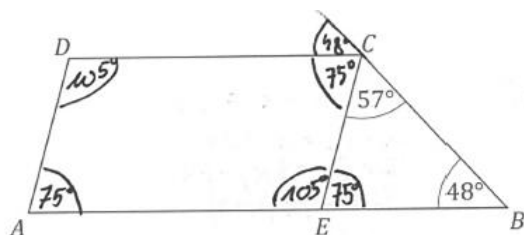
$$\angle AEC = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ = \angle DAE$$

rozwiązanie z usterką

$$\angle BCD = 57^\circ + 75^\circ = 132^\circ$$

Odp.: Kąt DAB ma miarę 75° , kąt BCD 132° , a kąt CDA 105° .

Przykład 25.



$$180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$$

$$57^\circ + 48^\circ = 105^\circ$$

$$75^\circ + 57^\circ = 132^\circ$$

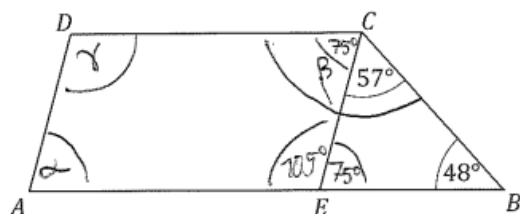
Odp. Miary kątów trapezu ABCD wynoszą:

$$\angle DAB: 75^\circ$$

$$\angle BCD: 132^\circ$$

$$\angle CDA: 105^\circ$$

Przykład 26.



$$\angle BCD = \beta$$

Kąty β i 48° są przyległe, to znaczy, że ich suma wynosi 180° .

$$180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$$

β

$$\angle BCD = 132^\circ$$

$$132^\circ - 57^\circ = 75^\circ$$

$$180^\circ - 48^\circ - 57^\circ = 75^\circ$$

$$180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

kąty przyległe

$$\angle CDA = \gamma$$

$$\angle DAB = \alpha$$

Dzięki temu, że jest równoległość $AE \parallel CD$, kąty $\gamma = 105^\circ$, $\alpha = 75^\circ$.

$$\gamma = 105^\circ$$

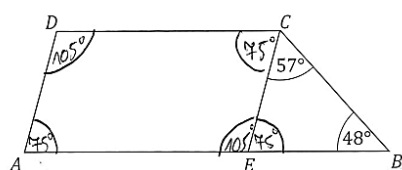
$$\angle CDA = 105^\circ$$

$$\alpha = 75^\circ$$

$$\angle DAB = 75^\circ$$

Najczęściej popełnianym błędem w rozwiązaniu tego zadania było niepoprawne wyznaczenie miary kąta BCD trapezu albo brak jego wyznaczenia. W takim wypadku zdający otrzymywał 1 punkt pod warunkiem, że przedstawił poprawny sposób obliczenia miar pozostałych kątów lub ustalił te miary bez podania sposobu ich obliczenia. Rozwiązania ocenione na 1 punkt stanowią 21% wszystkich realizacji. Przykład 27. pokazuje jedno z takich rozwiązań.

Przykład 27.



$$180^\circ - 57^\circ - 48^\circ =$$

$$180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$$

kat CEB $\rightarrow 75^\circ$

kat CDA $\rightarrow 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$

kat DAB $\rightarrow 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$

kat BCD $\rightarrow 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$

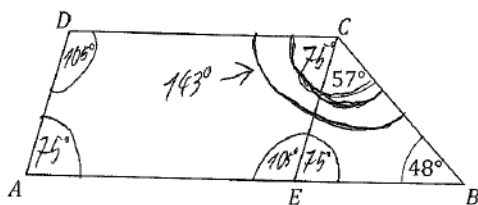
Odp: Kat DAB ma miare 75° , kat BCD ma miare 75° kat CDA ma miare 105°

katy te dotycza trapezu ABCD.

kat równoległoboku utożsamiony z kątem trapezu

Niejednokrotnie przeszkodą w uzyskaniu maksymalnej liczby punktów za rozwiązanie zadania były popełniane błędy rachunkowe (przykład 28.).

Przykład 28.



$$48^\circ + 57^\circ = 105^\circ$$

$$180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$$

$$\angle DAE = \angle CEB$$

$$180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

$$\angle ADC = \angle AEC$$

$$\angle DCE = \angle DAE$$

$$57^\circ + 75^\circ = 143^\circ$$

np:

$$105^\circ + 105^\circ + 75^\circ + 75^\circ = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 75 \\ + 57 \\ \hline 143 \end{array}$$

Wielu uczniów kończyło rozwiązanie zadania na obliczeniu miar kątów równoległoboku, jak pokazuje przykład 29.

Przykład 29.

Zapisy na marginesie poza ramką nie będą oceniane. Zapisy na marginesie poza ramką nie będą oceniane.

Handwritten calculations:

$$105^\circ + 48^\circ = 153^\circ$$

$$180^\circ - 153^\circ = 27^\circ$$

$$27^\circ + 57^\circ = 84^\circ$$

$$180^\circ - 84^\circ = 96^\circ$$

$$96^\circ + 48^\circ = 144^\circ$$

$$360^\circ - 144^\circ = 216^\circ$$

$$216^\circ : 2 = 108^\circ$$

Uczniowie, którzy otrzymali 0 punktów za rozwiązanie zadania stanowią 40% zdających. Najczęściej kończyli oni rozwiązanie na wyznaczeniu miary tylko jednego kąta (przykład 30.) lub błędnie przypisali miarę 75° do kąta rozwartego, a miarę 105° do kąta ostrego (przykład 31.).

Przykład 30.

Handwritten calculations:

$$105^\circ + 48^\circ = 153^\circ$$

$$180^\circ - 153^\circ = 27^\circ$$

$$27^\circ + 57^\circ = 84^\circ$$

$$180^\circ - 84^\circ = 96^\circ$$

$$96^\circ + 48^\circ = 144^\circ$$

$$360^\circ - 144^\circ = 216^\circ$$

$$216^\circ : 2 = 108^\circ$$

poprawny sposób obliczenia miary tylko jednego kąta

Przykład 31.

Handwritten calculations:

$$105^\circ + 48^\circ = 153^\circ$$

$$180^\circ - 153^\circ = 27^\circ$$

$$27^\circ + 57^\circ = 84^\circ$$

$$180^\circ - 84^\circ = 96^\circ$$

$$96^\circ + 48^\circ = 144^\circ$$

$$360^\circ - 144^\circ = 216^\circ$$

$$216^\circ : 2 = 108^\circ$$

błędne przypisanie miar do rodzaju kąta

Zadanie 19. wymagało od zdających obliczenia stosunku pól dwóch tablic (dużej prostokątnej i małej kwadratowej). W zadaniu podane były wymiary dużej tablicy w rzeczywistości, oraz w przypadku małej tablicy wymiary jej rysunku w skali 1:20. Uczniowie za rozwiązanie zadania zdobyli 46% punktów możliwych do uzyskania. Bez błędnie zadanie rozwiązało 35% uczniów, otrzymując 2 punkty. Warunkiem uzyskania maksymalnej liczby punktów było obliczenie rzeczywistych wymiarów małej tablicy, a następnie obliczenie i porównanie pól obu tablic. Można było również obliczyć wymiary dużej tablicy na rysunku w skali 1:20 i porównać pole prostokąta z polem kwadratu. Uczniowie mogli również rozwiązać to zadanie metodą graficzną. W pełni poprawne rozwiązania najczęściej stosowanymi sposobami zaprezentowano w przykładach 32. i 33.

Przykład 32.

Handwritten solution for Example 32:

Diagram 1: A square with side length 3 cm. Scale: 1:20. Calculation: $3 \cdot 20 = 60 \text{ [cm]}$. Area: $P_{\square} = 60 \cdot 60 = 3600 \text{ [cm}^2\text{]}$. Formula: $P_{\square} = a^2$.

Diagram 2: A rectangle with dimensions 240 cm and 90 cm. Scale: 1:1. Area: $P_{\square} = a \cdot b = 90 \cdot 240 = 21600 \text{ [cm}^2\text{]}$. Comparison: $21600 : 3600 = 6$.

Additional calculations: $21600 : 36 = 6$, $21600 : 3600 = 6$.

Przykład 33.

Handwritten solution for Example 33:

Diagram 1: A square with side length 3 cm. Scale: 1:20. Calculation: $3 \cdot 20 = 60 \text{ [cm]}$. Area: $P_{\square} = 60 \cdot 60 = 3600 \text{ [cm}^2\text{]}$. Formula: $P_{\square} = a^2$.

Diagram 2: A rectangle with dimensions 240 cm and 90 cm. Scale: 1:1. Area: $P_{\square} = a \cdot b = 90 \cdot 240 = 21600 \text{ [cm}^2\text{]}$. Comparison: $21600 : 3600 = 6$.

Additional calculations: $21600 : 36 = 6$, $21600 : 3600 = 6$.

Conclusion: Pole dużej tablicy jest o 6 razy większe od małej tablicy.

Jeden punkt za rozwiązanie zadania 19. uzyskiwał uczeń, który zastosował poprawny sposób wyznaczenia długości boku małej kwadratowej tablicy w rzeczywistości oraz poprawny sposób obliczenia pola dużej lub małej tablicy w rzeczywistości. Również jeden punkt można było otrzymać, gdy zastosowano poprawne sposoby wyznaczenia długości boku dużej tablicy w skali oraz pola dużej lub małej tablicy w skali. Taki wynik uzyskało 21% zdających. Często przeszkodą w uzyskaniu maksymalnej liczby punktów było porównanie różnicowe pól zamiast porównania ilorazowego. Przykład 34. reprezentuje takie rozwiązanie.

Przykład 34.

$$\begin{aligned}
 P_{\text{Dużej tablicy}} &= 240 \cdot 90 = 21600 \text{ cm}^2 \\
 P_{\text{Małej tablicy}} &= 3 \cdot 20 = 60 \text{ cm} \quad 60 \cdot 60 = 3600 \text{ cm}^2 \\
 21600 - 3600 &= 18000 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

porównanie różnicowe pól

odp.: Pole obu tablic różni się o 18000 cm^2

Bardzo częstym powodem braku osiągnięcia prawidłowego rozwiązania były błędy rachunkowe, w tym błędy przepisania (przykłady: 35. i 36.).

Przykład 35.

$$\begin{aligned}
 3 \cdot 20 &= 90 \text{ cm} \\
 P_{\square} 90^2 &= 8100 \text{ cm}^2 \\
 P_{\square} &= 240 \cdot 90 = 21600 \\
 21900 : 8100 &= 2,7
 \end{aligned}$$

błąd rachunkowy

odp.: Pole dużej tablicy jest większe 2,7 razy od pola małej tablicy

Przykład 36.

mała Tablica 3cm 20cm 1:20

Duża Tablica 240cm 90cm

$$3a \cdot 20 = 60$$

$$a = 60 \text{ cm}$$

$$P_a = a^2$$

$$P_a = 60^2 = 3600 \text{ cm}^2$$

$$P_b = 240 \cdot 90 = 21600 \text{ cm}^2$$

$$P_b = a \cdot b$$

21600 : 3600 = 60

Odp: Duża Tablica jest większa o 60 razy od pola małej tablicy

błąd przepisania

Prawie 44% uczniów nie poradziło sobie z rozwiązaniem tego zadania. Wśród podjętych prób rozwiązania najczęstszym błędem prowadzącym do otrzymania 0 punktów było niepoprawne zastosowanie skali lub pominięcie jej (przykład 37. i 38.)

Przykład 37.

1:20 3cm 3cm

90cm 240cm

$$P_a = 3 \cdot 3 = 9 \text{ cm}^2$$

$$P_b = 240 \cdot 90 = 21600 \text{ cm}^2$$

$$9 \text{ cm}^2 \cdot 20 = 180 \text{ cm}^2$$

$$21600 : 180 = 1200 \text{ cm}^2$$

Odp: Pole małej tablicy jest o 1200 razy mniejsze

błędne zastosowanie skali do obliczenia pola małej tablicy

Przykład 38.

$$3^2 = 9 \text{ cm}^2$$

$$240 \cdot 90 = (240 \cdot 100) - (240 \cdot 10) = 24000 - 2400 = 21600 \text{ cm}^2$$

$$21600 : 9 = 2400$$

Odp: Pole dużej tablicy jest 2400 razy większe od pola małej tablicy

pominięcie skali

Zadanie 17. okazało się najtrudniejsze spośród zadań otwartych z zakresu wykorzystania i interpretowania reprezentacji – poziom jego wykonania był równy 45%. W zadaniu należało wyznaczyć liczbę plakatów każdego z trojga przyjaciół na podstawie informacji o zależnościach między liczbą plakatów Basi, Marka i Andrzeja. Najczęściej stosowaną strategią rozwiązania problemu było ułożenie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia liczby plakatów Basi lub Marka, lub Andrzeja. Stosowano również metodę prób i błędów. Trzy punkty, czyli maksymalną liczbę punktów za to zadanie otrzymało 32% uczniów. Przykłady od 39. do 42. prezentują różne sposoby pełnego rozwiązania tego zadania.

Przykład 39.

Basia ma x plakatów
 Andrzej ma $x+28$ plakatów
 Marek ma $\frac{x}{3}$ plakatów

$$\begin{aligned} x+28+\frac{x}{3} &= 2x \quad | -x \\ 28+\frac{1}{3}x &= x \quad | -\frac{1}{3}x \\ 28 &= \frac{2}{3}x \quad | : \frac{2}{3} \\ 42 &= x \end{aligned}$$

$$\frac{14}{28} \cdot \frac{3}{2} = 42$$

Basia - 42
 Andrzej - $42+28=70$
 Marek - $\frac{42}{3}=14$

Odp: Basia ma 42 plakaty Andrzej 70 plakatów a Marek 14 plakatów.

Przykład 40.

$3x \leftarrow$ plakaty Basi
 $3x+28 \leftarrow$ plakaty Andrzeja
 $x \leftarrow$ plakaty Marka

$42 \leftarrow$ plakaty Basi
 $70 \leftarrow$ plakaty Andrzeja
 $14 \leftarrow$ plakaty Marka

$$\begin{aligned} 3x+28+x &= 6x \\ 4x+28 &= 6x \quad | -4x \\ 28 &= 2x \\ x &= 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 42 & \\ 3 \cdot 14 &= 42 \\ 42+28 &= 70 \end{aligned}$$

Przykład 41.

$$\begin{array}{ll}
 x - \text{plakaty Andreja} & \text{plakaty Andreja} = 70 \\
 (x-28) - \text{plakaty Basi} & \text{plakaty Basi} = 70-28=42 \\
 (x-28):3 - \text{plakaty Marka} & \text{plakaty Marka} = (70-28):3=42:3=14 \\
 x + (x-28):3 = 2(x-28) \\
 x + x:3 - 9\frac{1}{3} = 2x - 56 \\
 x:3 - 9\frac{1}{3} + 56 = 2x - x \\
 x:3 + 46\frac{2}{3} = x \quad / \cdot 3 \\
 3x:3 + 140 = 3x \\
 x + 140 = 3x \\
 140 = 3x - x \\
 140 = 2x \quad / :2 \\
 70 = x
 \end{array}$$

Odp. Andrej ma 70 plakatów, Basia 42, a Marek 14.

Przykład 42. prezentuje rozwiązanie zadania metodą prób i błędów.

Przykład 42.

$$\begin{array}{ll}
 A \ 48 & \\
 B \ 21 & 56:2=28 \\
 M \ 7 & \\
 \\
 B \ 24 & \\
 A \ 52 & 60:2=30 \\
 M \ 8 & \\
 \\
 B \ 42 & B \ 30 \\
 A \ 42+28=70 & A \ 58 \quad 68:2=34 \\
 M \ 42:3=14 & M \ 10 \\
 \\
 70+14=84 & \\
 84:2=42 & \\
 \hline \hline & \text{odp: Basia 42 plakaty} \\
 & \text{Andrej 70 a} \\
 & \text{Marek 14.}
 \end{array}$$

Dwa punkty za rozwiązanie zadania 17. można było otrzymać, jeśli zostało poprawnie zapisane równanie prowadzące do obliczenia liczby plakatów jednego z przyjaciół. Wśród rozwiązań ocenionych na 2 punkty są również takie, które pomimo pełnego rozwiązania zawierają błędy rachunkowe. Uczniowie, którzy otrzymali tę liczbę punktów stanowią 9% zdających. Przykład 43. ilustruje rozwiązanie, w którym popełniono błąd w przekształceniu równania. Natomiast w przykładach 44. i 45. popełniono błąd rachunkowy na etapie końcowych obliczeń.

Przykład 43.

$$\begin{aligned} A &= B + 28 \\ B &= M \cdot 3, A - 28 = 84 \\ M &= B \cdot 3 \\ A + M &= B \cdot 2 \end{aligned}$$

~~IXA~~
~~VIA~~

$$\begin{aligned} B + 28 + B \cdot 3 &= 2B \\ B + 28 + \frac{1}{3}B &= 2B \\ B + \frac{1}{3}B &= 2B - 28 \\ \frac{4}{3}B &= 2B - 28 \\ \frac{4}{3}B - 2B &= (-28) \\ -\frac{2}{3}B &= (-28) \quad | \cdot -1 \\ \frac{2}{3}B &= 28 \quad | \cdot 3 \\ B &= 84 \end{aligned}$$

błędna redukcja wyrazów
podobnych

$$\begin{aligned} M &= 84 + 28 = 112 \\ A &= 84 + 28 = 112 \\ 112 + 28 &= 140 \end{aligned}$$

Odp: Basia 84, Marek 112, a
Andrzej 28

Przykład 44.

$$\begin{aligned}
 A &= x + 28 = 60 \\
 M &= \frac{2}{3}x = 14 \\
 B &= x = 42
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x + 28 + \frac{2}{3}x &= 2x \\
 1\frac{2}{3}x + 28 &= 2x \quad | -28 \\
 1\frac{2}{3}x &= 2x - 28 \quad | -2x \\
 \frac{2}{3}x &= -28 \quad (-1) \\
 \frac{2}{3}x &= 28 \\
 \frac{1}{3}x &= 14
 \end{aligned}$$

błąd rachunkowy

Przykład 45.

$$\begin{aligned}
 M &= 14 & B &= 42 & A &= 50 & 20 & 64 \\
 & & & & A+M &= 64 \\
 \text{Marek} &= 4 & \text{Marek} &= 12 & \text{Marek} &= 13 & \text{Marek} &= 8 \\
 \text{Basia} &= 12 & \text{Basia} &= 36 & \text{Basia} &= 39 & \text{Basia} &= 29 \\
 \text{Andrzej} &= 40 & \text{Andrzej} &= 64 & \text{Andrzej} &= 57 & \text{Andrzej} &= 52 \\
 & & \text{Marek} &= 14 & \text{odp} &= \text{Marek na 14} & \text{Basia} &= 42 \\
 & & \text{Basia} &= 42 & \text{Andrzej} &= 20 & \text{a Andrzej} &= 20 \\
 & & & & & & \text{plakatu} \\
 \text{Marek} &= 11 & \text{Marek} &= 9 & M+A &= 64 & \text{Marek} &= 7 \\
 \text{Basia} &= 33 & \text{Basia} &= 27 & & & \text{Basia} &= 21 \\
 A &= 51 & \text{Andrzej} &= 55 & & & \text{Andrzej} &= 49
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \begin{array}{r} 28 \\ + 28 \\ \hline 56 \end{array} & \begin{array}{r} 1 \\ 28 \\ \hline 29 \end{array} & \begin{array}{r} 1 \\ 27 \\ \hline 28 \end{array} & \begin{array}{r} 1 \\ 28 \\ \hline 29 \end{array} & \begin{array}{r} 1 \\ 24 \\ \hline 25 \end{array} & \begin{array}{r} 14+14=28 \\ 28+14=42 \\ 42+28=70 \end{array}
 \end{aligned}$$

błąd rachunkowy

Niemal 20% uczniów uzyskało jeden punkt za zapisanie poprawnych wyrażeń algebraicznych tej samej zmiennej opisujących liczbę plakatów Basi, Marka i Andrzeja (przykład 46.).

Przykład 46.

$$\begin{aligned}
 &X - \text{Plakaty Basi} \\
 &x+28 - \text{plakaty Andrzeja} \\
 &\sim \frac{1}{3}X - \text{Plakaty Marka}
 \end{aligned}$$

W przykładach 47. i 48. przedstawiono poprawne wyrażenia algebraiczne opisujące liczbę plakatów poszczególnych osób, ale podjęta próba ułożenia równania nie powiodła się.

Przykład 47.

$$\begin{aligned}
 &\text{Andrzej} \rightarrow 3x+28; \quad \text{Basia} \rightarrow 3x; \quad \text{Marek} \rightarrow x \\
 &3x+28+x = 3x:2; \quad 4x+28 = 3x:2 \quad | \cdot 2 \\
 &8x+56 = 3x; \quad 8x+56 = 3x \quad | :3
 \end{aligned}$$

błędna interpretacja zależności „2 razy więcej od Basi”

Przykład 48.

$$\begin{aligned}
 &\text{Basia} - x \text{ plakatów} \\
 &\text{Andrzej} - x+28 \text{ plakatów} \\
 &\text{Marek} - \frac{x}{3} \text{ plakatów} \\
 &x + x+28 + \frac{x}{3} = 2x \\
 &\frac{x}{3} = -28 \quad | \cdot 3 \\
 &3x = -84 \quad | :3 \\
 &x = -28 \\
 &x+28 = -28+28 = 0 \\
 &\frac{x}{3} = \frac{-28}{3} = -9\frac{1}{3} \\
 &\text{Odp: Marek ma } -9\frac{1}{3} \text{ plakatów, Basia } -28 \text{ a Andrzej } 0.
 \end{aligned}$$

porównanie liczby plakatów wszystkich z liczbą plakatów Basi

Uczniowie, którzy nie zapisali poprawnych wyrażeń algebraicznych opisujących liczbę plakatów każdego z trojga przyjaciół lub nie podjęli próby rozwiązania zadania, otrzymywali 0 punktów, co stanowi 39% liczby wszystkich piszących.

Nieudane próby zapisania wyrażeń opisujących liczbę plakatów Basi, Marka i Andrzeja zgodnie z warunkami zadania, przedstawiają przykłady od 49. do 51.

Przykład 49.

$$\begin{array}{l}
 A = 28 + x \\
 B = x \\
 M = 3 \cdot x
 \end{array}
 \quad
 \boxed{A = 28 + x = 35}
 \quad
 \begin{array}{l}
 A = \text{Andrzej} \\
 B = \text{Basia} \\
 M = \text{Marek}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 B &= 3x = 21 \\
 M &= x = 7 \\
 2(3x) &= 28 + x + x \\
 6x &= 28 + 2x \\
 4x &= 28 \quad | :4 \\
 \underline{x} &= \underline{7}
 \end{aligned}$$

błędne wyrażenie opisujące
liczbę plakatów Andrzeja

Przykład 50.

$$\begin{array}{l}
 A = x + 28 \\
 B = x = 42 \\
 M = x \cdot 3
 \end{array}
 \quad
 \boxed{x \cdot 3 = 42 \cdot 3 = 126}$$

$$\begin{aligned}
 & \cancel{x + 28 + x + x \cdot 3 + x \cdot 2} \\
 & \cancel{28x + x + 3x + 2x} \\
 & \cancel{33x + x = 34x} \\
 & \cancel{x + 28 + x + x \cdot 3 =} \\
 & \cancel{28x + x + 3x + 3} \\
 & \cancel{34x + 3 =} \\
 & \underline{x + 28 + x + x \cdot 3 + x \cdot 2} \\
 & 4x = 168 \quad | :4 \\
 & \underline{x} = \underline{42}
 \end{aligned}$$

błędne wyrażenie opisujące
liczbę plakatów Marka

Przykład 51.

$$\begin{array}{l}
 \text{Andrzej} - x + 28 \\
 \text{Marek} - \boxed{x - 3} \\
 \text{Basia} - x
 \end{array}$$

błędne wyrażenie opisujące
liczbę plakatów Marka

W zakresie **rozumowania i argumentacji** badano następujące kompetencje ósmoklasistów: przeprowadzanie prostego rozumowania i podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania (zadanie 16.) oraz tworzenie strategii rozwiązywania problemu w rozwiązaniach wieloetapowych (zadania 20. i 21.). Uczniowie za rozwiązanie wyżej wymienionych zadań uzyskali średnio 37% punktów możliwych do zdobycia. Poziom wykonania zadań z tego zakresu jest zróżnicowany i wynosi od 29% do 46%.

Najlepiej uczniowie poradzili sobie z **zadaniem 16.**, poziom jego wykonania jest równy 46%. Prawie 40% zdających za rozwiązanie tego zadania uzyskało maksymalną liczbę dwóch punktów. Uczniowie stosowali różne sposoby uzasadnienia postawionej w zadaniu tezy, o czym świadczą przykłady od 52. do 55.

Przykład 52.

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{6}{30} + \frac{5}{30} = \frac{11}{30}$$

$$\frac{7}{15} - \frac{11}{30} = \frac{14}{30} - \frac{11}{30} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

Przykład 53.

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + x = \frac{7}{15}$$

$$\frac{6}{30} + \frac{5}{30} + x = \frac{7}{15}$$

$$\frac{11}{30} + x = \frac{7}{15}$$

$$\frac{11}{30} - \frac{7}{15} = (-x)$$

$$\frac{11}{30} - \frac{14}{30} = (-x)$$

$$-\frac{3}{30} = (-x) \quad | : (-1)$$

$$\frac{3}{30} = x$$

$$\frac{1}{10} = x$$

Przykład 54.

x - licznik całkowitego denominatora

$$\frac{7}{15} = \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{x} \quad | \cdot 30$$

$$14 = 6 + 5 + \frac{30}{x}$$

$$14 - 6 - 5 = \frac{30}{x}$$

$$3 = \frac{30}{x}$$

$$3x = 30 \quad | : 3$$

$$x = 10$$

sprawdzenie

$$\frac{1 \cdot 6}{5 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 5}{6 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 3}{10 \cdot 3} = \frac{6}{30} + \frac{5}{30} + \frac{3}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15} \quad \text{c.n.d.}$$

Przykład 55.

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \left(\frac{1}{10}\right) = \frac{6}{30} + \frac{5}{30} + \frac{3}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$$

Można

Okolo 13% uczniow, ktorzy podjeli probe rozwiązania tego zadania, otrzymało 1 punkt. Przyczyną nieuzyskania kompletu punktów były błędy rachunkowe, sformułowanie błędnego wniosku albo jego brak (przykłady od 56. do 59.).

Przykład 56.

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + X = \frac{7}{15}$$

$$\frac{6}{30} + \frac{5}{30} + X = \frac{14}{30}$$

$$\frac{11}{30} + X = \frac{14}{30} \quad | - \frac{11}{30}$$

$$X = \frac{14}{30} - \frac{11}{30}$$

$$X = \frac{3}{30} = \frac{1}{3}$$

Odp. Trzeci składnik tej sumy jest równy $\frac{1}{3}$.

błąd rachunkowy

Przykład 57.

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{5} + X = \frac{7}{15}$$

$$\frac{5}{30} + \frac{6}{30} + \frac{1}{30} = \frac{12}{30} = \frac{6}{15}$$

$$\frac{5}{30} + \frac{6}{30} + \frac{3}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$$

Odp. ~~nie~~ Nie da się znaleźć takiego składnika, z 15 licznika i liczbą całkowitą dodatnią w mianowniku.

błędny wniosek

Przykład 58.

$$\frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 5} = \frac{3}{15}$$

$$\frac{1 \cdot 5}{6 \cdot 5} = \frac{5 \cdot 2}{30 \cdot 2} = \frac{2 \cdot 5}{15}$$

$$\frac{3}{15} + \frac{2 \cdot 5}{15} = \frac{5 \cdot 5}{15}$$

$$\frac{5 \cdot 5}{15} + \frac{1 \cdot 5}{15} = \frac{7}{15}$$

brak wniosku

Przykład 59.

$\frac{7}{15}$ zapisano jako sumę 3 uł. zwykłych

$$\frac{7}{15} = \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + X$$

$$\frac{7}{15} = \frac{6}{30} + \frac{5}{30} + X$$

$$\frac{7}{15} = \frac{11}{30} + X$$

$$\frac{14}{30} = \frac{11}{30} + X$$

$$\frac{14}{30} - \frac{11}{30} = X$$

$$\frac{3}{30} = X$$

brak wniosku

Inną sytuacją, która najczęściej dotyczyła sposobu algebraicznego, było zapisanie poprawnego równania prowadzącego do obliczenia trzeciego składnika sumy i nie kontynuowanie rozwiązania (przykład 60.).

Przykład 60.

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{X} = \frac{7}{15}$$

Prawie połowa piszących za rozwiązanie zadania otrzymała 0 punktów. Przyczyną tego jest brak podjęcia próby rozwiązania zadania lub podejmowanie prób, które nie prowadziły do poprawnego sposobu wyznaczenia trzeciego składnika sumy (przykłady 61. i 62.).

Przykład 61.

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{6}{30} + \frac{5}{30} + \frac{10}{30} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$$

odp.: trzeci ułamek to $\frac{1}{3}$

przyjęcie, że trzecim składnikiem jest $\frac{1}{3}$

Przykład 62.

$$\frac{7}{15} = \frac{1}{5}x + \frac{1}{6}x + x$$

błędna interpretacja treści zadania

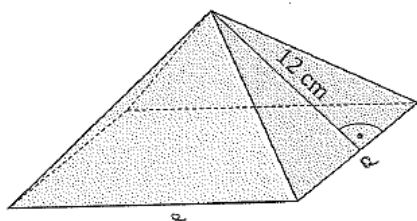
$$\frac{7}{15} = \frac{6}{30}x + \frac{5}{30}x + x$$

$$\frac{7}{15} = \frac{11}{30}x + x$$

$$\frac{7}{15} = \frac{41}{30}x$$

$$\frac{7}{15} = \frac{25}{15}x$$

Kolejnym zadaniem badającym umiejętności z zakresu IV wymagania ogólnego jest **zadanie 21**. Problem dotyczył geometrii przestrzennej, a zdający miał obliczyć sumę długości wszystkich krawędzi ostrosłupa prawidłowego czworokątnego. W tym celu należało kolejno obliczyć długość krawędzi podstawy przy podanym polu jednej ściany bocznej i jej wysokości, następnie zastosować twierdzenie Pitagorasa do obliczenia długości krawędzi bocznej oraz zsumować długości wszystkich krawędzi ostrosłupa. Dokonało tego niespełna 30% zdających. W rozwiązaniach nie oceniano stosowania jednostki, co ułatwiało zdobycie maksymalnej liczby trzech punktów. Przykłady 63. – 66. ilustrują pełne rozwiązania.

Przykład 63.

$$P_{\text{ściany bocznej}} = 108 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$108 = \frac{a \cdot 12}{2} = 6a$$

$$108 : 6 = 18 \text{ [cm]}$$

$$a = 18 \text{ [cm]}$$

x – długość krawędzi bocznej

$$81 + 144 = x^2$$

a – długość krawędzi podstawy

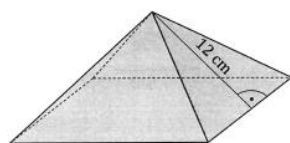
$$x = \sqrt{225} = 15$$

$$4 \cdot 15 + 4 \cdot 18 = 60 + 72 = 132 \text{ [cm]}$$

suma długości wszystkich krawędzi

Odp. Suma długości wszystkich krawędzi wynosi 132 cm.

Przykład 64.



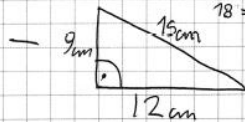
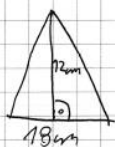
$$P = \frac{p \cdot h}{2} \quad h = 12 \text{ cm}$$

$$P_d = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{a \cdot 12}{2}$$

$$108 = \frac{a \cdot 12}{2} \quad | \cdot 2$$

$$216 = a \cdot 12 \quad | : 12$$

$$18 = a$$



(Δ Pitagorski 9, 12, 15)

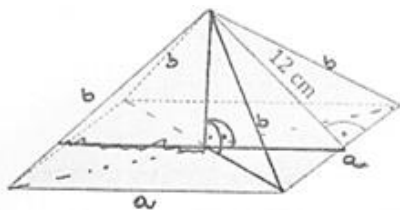
4 krawędzie podstawy $18 \cdot 4 = 72 \text{ cm}$

4 krawędzie boczne $15 \cdot 4 = 60 \text{ cm}$

$$72 + 60 = 132 \text{ cm}$$

Odp.: suma długości wszystkich krawędzi wynosi 132

Przykład 65.



$$P_d = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$108 = \frac{a \cdot 12}{2} \quad | \cdot 2$$

$$216 = 12a \quad | : 12$$

$$a = 18 \text{ [cm]}$$

$$d = a\sqrt{2}$$

$$d = 18\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\frac{1}{2}d = 9\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$(9\sqrt{2})^2 + h^2 = b^2$$

$$(9\sqrt{2})^2 + (163)^2 = b^2$$

$$162 + 63 = b^2$$

$$b^2 = 225$$

$$b = \sqrt{225}$$

$$b = 15 \text{ [cm]}$$

$$h^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot 18\right)^2 = 12^2$$

$$h^2 + 81 = 144$$

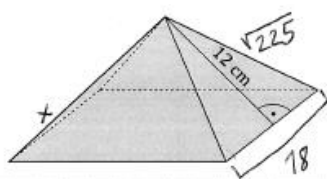
$$h^2 = 63$$

$$h = \sqrt{63}$$

$$4 \cdot 18 \text{ cm} + 4 \cdot 15 \text{ cm} = 72 \text{ cm} + 60 \text{ cm} = 132 \text{ cm}$$

Odp.: Suma długości wszystkich krawędzi tego ostrosłupa wynosi 132 cm.

Przykład 66.



x

$$\frac{x \cdot 12}{2} = 108 \text{ cm}^2$$

$$108 : 6 = 18$$

$$KP = 18 \cdot 4 = 72 \text{ cm}$$

$$18 : 2 = 9$$

$$9^2 + 12^2 = x^2$$

$$81 + 144 = x^2$$

$$x^2 = 225$$

$$x = \sqrt{225}$$

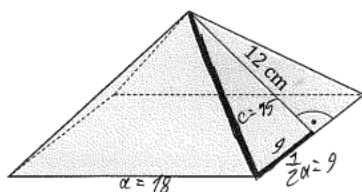
$$KB = 4 \cdot \sqrt{225}$$

Odp: Suma długości
wszystkich krawędzi
wynosi $4\sqrt{225} + 72 \text{ cm}^2$

$$4\sqrt{225} + 72 \text{ cm}^2$$

Około 9% uczniów nie uzyskało maksymalnej liczby punktów z powodu popełnionych błędów rachunkowych (przykłady od 67. do 69.).

Przykład 67.



$$P = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$\frac{a \cdot 12}{2} = 108 \quad 1:2$$

$$a \cdot 12 = 216 \quad 1:12$$

$$a = 18$$

$$108 \text{ cm}^2 =$$

$$12^2 + 9^2 = c^2$$

$$144 + 81 = c^2$$

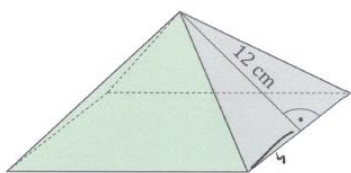
$$225 = c^2$$

$$15 = c$$

$$15 \cdot 4 + 18 \cdot 4 = 60 + 72 = 132$$

Odp: Suma wszystkich krawędzi tego ostrosłupa jest ~~równa 132 cm~~
równa 136 cm.

Przykład 68.



$$4^2 + 12^2 = b^2$$

$$16 + 144 = b^2$$

$$160 = b^2$$

$$b = 4\sqrt{10} \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{Obr} &= 8 \cdot 4 + 4 \cdot 4\sqrt{10} = \\ &= 32 + 16\sqrt{10} \text{ [cm]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 108 &= \frac{a \cdot h}{2} \\ 108 &= \frac{a \cdot 12}{2} \end{aligned}$$

b - długość krawędzi bocznej
a - długość krawędzi podstawy

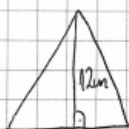
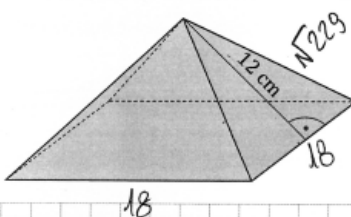
$$108 = \frac{a \cdot 12}{2} \cdot 2$$

$$216 = 12a$$

$$a = 8 \text{ cm}$$

$$4^2 + 12^2 = b^2$$

Przykład 69.



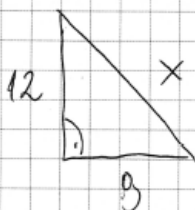
$$108 = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$108 = \frac{a \cdot 12}{2} \cdot 2$$

$$216 = a \cdot 12$$

$$a = \frac{216}{12} = 18 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{Podstawa} &= 18 \cdot 18 = \\ &= 324 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



$$12^2 + 18^2 = x^2$$

$$144 + 324 = x^2$$

$$468 = x^2$$

$$x = \sqrt{468} \text{ cm}$$

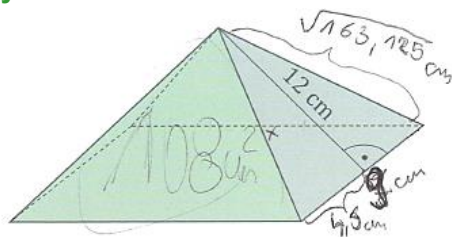
Suma boczna -

$$\sqrt{468} \cdot 4 = 4\sqrt{468} \text{ cm}$$

Odp: Suma długości wszystkich krawędzi to $4\sqrt{468} \text{ cm} + 324 \text{ cm}$.

Zdający mógł uzyskać 1 punkt, jeśli poprawnie zastosował twierdzenie Pitagorasa, mimo błędnego sposobu obliczenia długości krawędzi podstawy ostrosłupa (przykład 70.).

Przykład 70.



$$108 \text{ cm}^2 : 12 \text{ cm} = 9 \text{ cm}$$

$$9 : 2 = 4,5 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} 4,5^2 + 12^2 &= x^2 \\ 19,125 + 144 &= x^2 \\ x^2 &= 163,125 \\ x &= \sqrt{163,125} \text{ cm} \end{aligned}$$

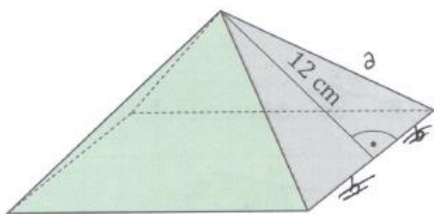
$$\begin{aligned} & (4 \cdot 9 + 4 \cdot \sqrt{163,125}) \text{ cm} \\ & (36 + 4 \cdot \sqrt{163,125}) \text{ cm} \end{aligned}$$

błędny sposób obliczenia
długości krawędzi podstawy

zastosowanie twierdzenia Pitagorasa do
ustalonej długości krawędzi podstawy

Przykład 71. pokazuje rozwiązanie, w którym uczeń oblicza długość krawędzi podstawy a następnie zakłada, że wszystkie krawędzie ostrosłupa mają jednakową długość.

Przykład 71.



$$P_{\Delta} = 108 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} 108 &= a \cdot 12 : 2 \quad | : 2 \\ a \cdot 12 &= 216 \quad | : 12 \\ a &= 8 \text{ cm} \end{aligned}$$

poprawny sposób obliczenia
długości krawędzi podstawy

$$\begin{aligned} a^2 &= 8^2 - 12^2 \\ b^2 &= 64 - 144 \\ b^2 &= -80 \\ b &= \sqrt{-80} \end{aligned}$$

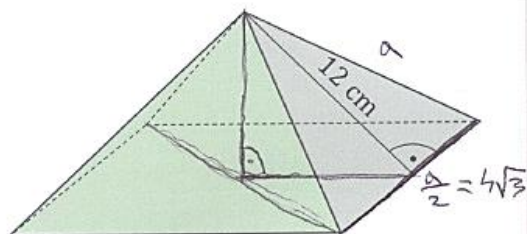
$$L = 8 \cdot 8 = 64 \text{ cm}$$

założenie, że wszystkie
krawędzie są tej samej długości

Odp.: Suma długości wszystkich krawędzi
wynosi 64 cm.

Połowa liczby uczniów za rozwiązanie tego zadania otrzymała 0 punktów. Jedną z przyczyn było przyjęcie, że ściany boczne ostrosłupa są trójkątami równobocznymi i oparcie na tym założeniu swojego rozwiązania (przykłady 72. i 73.).

Przykład 72.



$$12 \text{ cm} = \frac{a\sqrt{3}}{2} / 2$$

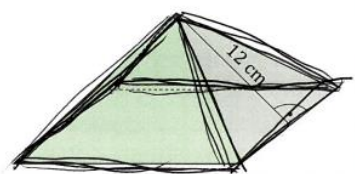
$$2h = a\sqrt{3} / \sqrt{3}$$

$$a = \frac{24}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{24\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3}$$

$$L_{\text{kraw.}} = 4 \cdot 8\sqrt{3} + 4 \cdot 4\sqrt{3} = 32\sqrt{3} + 16\sqrt{3} = 48\sqrt{3} [\text{cm}]$$

Odp.: Suma długości wszystkich krawędzi tego ostrosłupa to $48\sqrt{3} \text{ cm}$

Przykład 73.



$$108 \text{ cm}^2 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$4108 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$416 = a^2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{416} = a\sqrt{3}$$

ilość krawędzi - 8

21

$$\begin{array}{r} 108 \\ 4 \overline{) 108} \\ \underline{416} \\ 24 \\ 4 \overline{) 24} \\ \underline{12} \\ 12 \\ 4 \overline{) 12} \\ \underline{8} \\ 4 \\ 4 \overline{) 4} \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 108 \\ 4 \overline{) 108} \\ \underline{416} \\ 24 \\ 4 \overline{) 24} \\ \underline{12} \\ 12 \\ 4 \overline{) 12} \\ \underline{8} \\ 4 \\ 4 \overline{) 4} \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 108 \\ 4 \overline{) 108} \\ \underline{416} \\ 24 \\ 4 \overline{) 24} \\ \underline{12} \\ 12 \\ 4 \overline{) 12} \\ \underline{8} \\ 4 \\ 4 \overline{) 4} \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 108 \\ 4 \overline{) 108} \\ \underline{416} \\ 24 \\ 4 \overline{) 24} \\ \underline{12} \\ 12 \\ 4 \overline{) 12} \\ \underline{8} \\ 4 \\ 4 \overline{) 4} \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$$

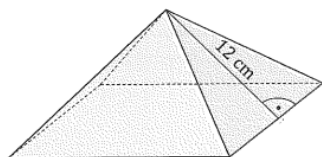
$$\begin{array}{r} 108 \\ 4 \overline{) 108} \\ \underline{416} \\ 24 \\ 4 \overline{) 24} \\ \underline{12} \\ 12 \\ 4 \overline{) 12} \\ \underline{8} \\ 4 \\ 4 \overline{) 4} \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 108 \\ 4 \overline{) 108} \\ \underline{416} \\ 24 \\ 4 \overline{) 24} \\ \underline{12} \\ 12 \\ 4 \overline{) 12} \\ \underline{8} \\ 4 \\ 4 \overline{) 4} \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 108 \\ 4 \overline{) 108} \\ \underline{416} \\ 24 \\ 4 \overline{) 24} \\ \underline{12} \\ 12 \\ 4 \overline{) 12} \\ \underline{8} \\ 4 \\ 4 \overline{) 4} \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$$

Innym powodem uzyskania 0 punktów było zastosowanie błędnego sposobu obliczenia długości krawędzi podstawy oraz długości krawędzi bocznej ostrosłupa (przykład 74.).

Przykład 74.



$$10.8 \cdot 12 = 9 \text{ cm}$$

błędny sposób obliczenia długości krawędzi podstawy ostrosłupa

Suma krawędzi podstawy

$$9^2 + 12^2 = i^2$$

błędny sposób obliczenia długości krawędzi bocznej ostrosłupa przy wyznaczonej długości krawędzi jego podstawy

$$81 + 144 = i^2$$

$$i^2 = 225$$

$$i = \sqrt{225}$$

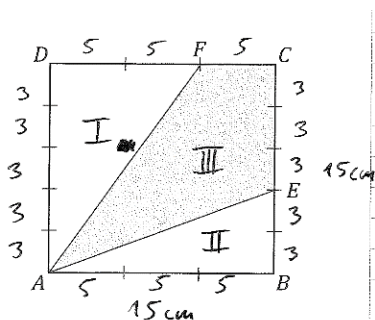
$$i = 15 \text{ cm krawędź boczna}$$

$$15 \text{ cm} \cdot \frac{1}{2} + 9 \text{ cm} \cdot \frac{1}{2} = 60 + 36 = 96 \text{ cm}$$

Odp.: Suma długości krawędzi ostrosłupa wynosi 96 cm

Zadanie 20. okazało się zadaniem najtrudniejszym w tej grupie zadań, jak również w całym arkuszu. Poziom wykonania tego zadania to 29%. Co czwarty uczeń przedstawił pełne, poprawne rozwiązanie zadania i otrzymał za nie 3 punkty (przykłady od 75. do 78.).

Przykład 75.



$$P_I = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot 15}{2} = \frac{150}{2} = 75 \text{ cm}^2$$

$$P_{II} = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{15 \cdot 6}{2} = 45 \text{ cm}^2$$

$$P_{\square ABCD} = a \cdot a = 15 \cdot 15 = 225 \text{ cm}^2$$

$$P_{\square ABCD} - P_I - P_{II} = P_{III}$$

$$225 - 75 - 45 = P_{III}$$

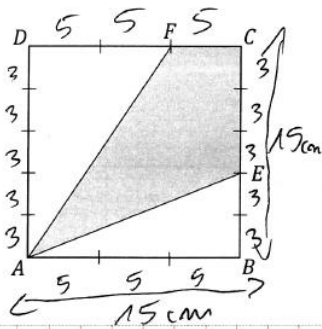
$$225 - 120 = P_{III}$$

$$105 = P_{III}$$

$$P_{III} = 105 \text{ cm}^2$$

Odp. Pole czworokąta AECF wynosi 105 cm².

Przykład 76.



$$P_{ABE} = \frac{1}{2} a h$$

$$P_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 6$$

$$P_{ABE} = 45 \text{ cm}^2$$

$$P_{ABCF} = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$$

$$P_{ABCF} = \frac{(5+15) \cdot 15}{2}$$

$$P_{ABCF} = \frac{20 \cdot 15}{2}$$

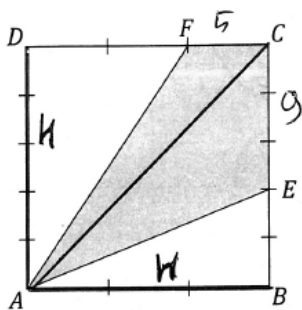
$$P_{ABCF} = 150 \text{ cm}^2$$

$$P_{ABCF} - P_{ABE} = P_{AECF}$$

$$150 \text{ cm}^2 - 45 \text{ cm}^2 = 105 \text{ cm}^2$$

Odp.: Pole czworokąta AECF = 105 cm^2 .

Przykład 77.



$$|CE| = \frac{3}{5} |CB| \quad |CB| = 15 \text{ cm}$$

$$|CE| = \frac{3}{5} \cdot 15 = 9 \text{ cm} = a_2$$

$$h_2 = 15 \text{ cm}$$

$$P_{AFCE} = P_{\triangle AFC} + P_{\triangle AEC}$$

$$P_{\triangle} = \frac{a h}{2}$$

$$P_{\triangle AEC} = \frac{a_2 h_2}{2}$$

$$|FC| = \frac{2}{3} |DC| \quad |DC| = 15 \text{ cm} \quad P_{\triangle AEC} = \frac{3 \cdot 15}{2} = 22,5 \text{ cm}^2$$

$$|FC| = 10 \text{ cm} = a \quad h = |DA| = 15 \text{ cm}$$

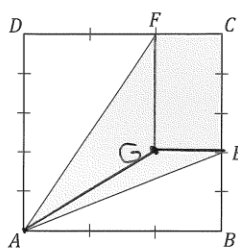
$$P_{\triangle AFC} = \frac{5 \cdot 15}{2} = \frac{75}{2} = 37,5 \text{ cm}^2$$

$$P_{AFCE} = 37,5 \text{ cm}^2 + 22,5 \text{ cm}^2 = 60 \text{ cm}^2$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 37,5 \\ + 22,5 \\ \hline 60 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ - 15 \\ \hline 45 \\ + 15 \\ \hline 60 \end{array}$$

Przykład 78.



$$P_{AECF} = P_{FCGE} + P_{AEG} + P_{AGF}$$

$$|FC| = 15 : 3 = 5 \text{ cm}$$

$$|CE| = 15 : 5 \cdot 3 = 9 \text{ cm}$$

$$P_{FCGE} = 9 \cdot 5 = 45 \text{ cm}^2$$

$|CE| = |FG|$ BO TO SĄ RÓWNOLEGŁE BOKI, PROSTOKĄTA

$$15 : 3 \cdot 2 = 10 \text{ cm}$$

$$P_{AGF} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ cm}^2$$

$$|EB| = 15 : 5 \cdot 2 = 6 \text{ cm}$$

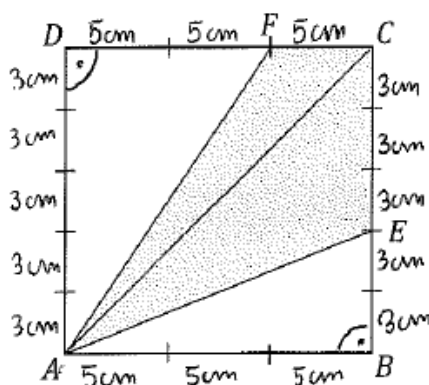
$|GE| = |FC|$ BO TO SĄ RÓWNOLEGŁE BOKI, PROSTOKĄTA

$$P_{AEG} = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15 \text{ cm}^2$$

$$P_{AECF} = 45 + 45 + 15 = 105 \text{ cm}^2$$

Nieliczna grupa ósmoklasistów (niecałe 4%) popełniła błędy rachunkowe lub w odpowiedzi nie zapisała jednostki albo zapisała błędną jednostkę i z tego powodu uzyskała 2 punkty (przykłady 79. i 80.).

Przykład 79.



$$P_{trójkąta ACF} = \frac{1}{2} (5 \cdot 15) = \frac{75}{2} = 37,5$$

$$P_{trójkąta AEC} = \frac{1}{2} (9 \cdot 15) = \frac{130}{2} = 65$$

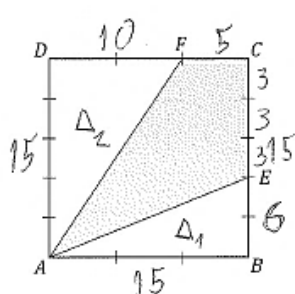
$$P_{ACF} + P_{AEC} = P_{AECF}$$

$$37,5 + 65 = 102,5$$

błąd rachunkowy

Odp: Pole czworokąta AECF jest równe $102,5 \text{ cm}^2$

Przykład 80.



dane
 długość boku kwadratu = 15 cm
 szukane:
 $P_{AECF} = 105 \text{ cm}$

$$P_{AECF} = P_{\square} - (P_{\Delta_1} + P_{\Delta_2})$$

$$P_{\square} = 15^2 = 225$$

$$P_{\Delta_2} = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{15 \cdot 10}{2} = \frac{150}{2} = 75$$

$$P_{\Delta_1} = \frac{15 \cdot 6}{2} = \frac{90}{2} = 45$$

$$P_{AECF} = 225 - (75 + 45) = 225 - 120 = 105$$

105

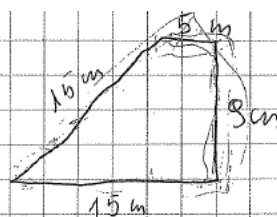
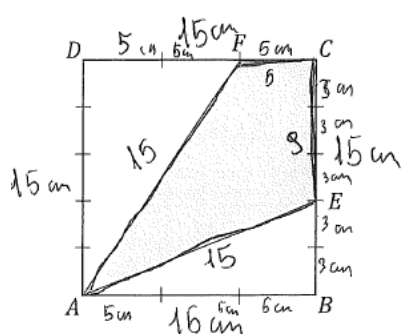
Odp: Pole czworokąta AECF wynosi

105 cm

błędna jednostka w wyniku końcowym

Prawie 70% uczniów nie poradziło sobie z rozwiązaniem tego zadania i otrzymało 0 punktów. Największym problemem było tutaj przyjęcie założeń, które nie wynikają z treści zadania. Przykłady od 81. do 83. pokazują nieudane próby rozwiązania zadania.

Przykład 81.

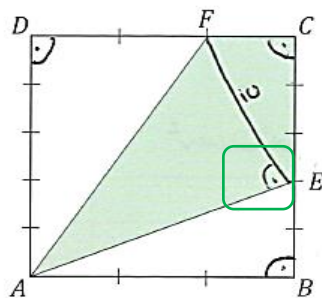


założenie, że czworokąt jest trapezem

$$P_{\square} = \frac{(a+b)h}{2} = \frac{(15+5)9}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 90 \text{ cm}^2$$

Odp: Pole tego trapezu wynosi 90 cm²

Przykład 82.



$$\begin{aligned} |FC| &= 15 : 3 = 5 \text{ cm} \\ |EC| &= 15 : 5 \cdot 3 = 9 \text{ cm} \\ |BE| &= 15 : 5 \cdot 2 = 6 \text{ cm} \\ |AD| &= 15 \text{ cm} \\ |AB| &= 15 \text{ cm} \\ |DF| &= 15 : 3 \cdot 2 = 10 \text{ cm} \\ |AF| &= x = 5\sqrt{13} \text{ cm} \\ |AE| &= y = 3\sqrt{29} \text{ cm} \\ |FE| &= z = 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

założenie, że trójkąt AEF jest prostokątny

$$\begin{aligned} x^2 &= 15^2 + 10^2 \\ x^2 &= 225 + 100 \\ x^2 &= 325 \quad / \sqrt{} \\ x &= \sqrt{325} \quad / \sqrt{25} \\ x &= 5\sqrt{13} \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y^2 &= 15^2 + 6^2 \\ y^2 &= 225 + 36 \\ y^2 &= 261 \quad / \sqrt{} \\ y &= \sqrt{261} \quad / \sqrt{9} \\ y &= 3\sqrt{29} \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z^2 &= 9^2 + 5^2 \\ z^2 &= 81 + 25 \\ z^2 &= 100 \quad / \sqrt{} \\ z &= \sqrt{100} = 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

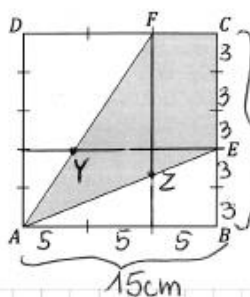
$$P_{\triangle CEF} = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{9 \cdot 5}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

$$P_{\triangle AEF} = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{3\sqrt{29} \cdot 10}{2} = 15\sqrt{29} \text{ cm}^2$$

$$P_{\square} = P_{\triangle CEF} + P_{\triangle AEF} = 24 \text{ cm}^2 + 15\sqrt{29} \text{ cm}^2$$

Odp.: Pole czworokąta jest równe $(24 + 15\sqrt{29}) \text{ cm}^2$.

Przykład 83.



$$\begin{aligned} |FY| &= \sqrt{6^2 + 9^2} = \sqrt{117} \text{ cm} \\ |YZ| &= 6 \\ |XZ| &= 6 \end{aligned}$$

27	45
+ 33	+ 60
60	105

$$P_{\triangle FYZ} = \frac{1}{2} \quad P_{\triangle FCE} = 5 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} = 45 \text{ cm}^2$$

$$P_{\triangle FXY} = \frac{1}{2} \cdot 6 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} = \frac{54}{2} \text{ cm}^2 = 27 \text{ cm}^2$$

$$P_{\triangle XEZ} = \frac{1}{2} \quad P_{\triangle AEY} = \frac{1}{2} \cdot 11 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} = \frac{66}{2} \text{ cm}^2 = 33 \text{ cm}^2$$

$$P_{\triangle AECF} = 45 \text{ cm}^2 + 27 \text{ cm}^2 + 33 \text{ cm}^2 = 105 \text{ cm}^2$$

Odp., Pole czworokąta AECF wynosi 105 cm^2

niepoprawnie ustalone
długości odcinków

Wnioski i rekomendacje

Rok 2025 przyniósł istotne zmiany w egzaminie ósmoklasisty z matematyki. Zadania w arkuszu badały wiadomości i umiejętności określone w podstawie programowej z roku 2024, a nie jak w czterech poprzednich latach określone w wymaganiach egzaminacyjnych. Druga zmiana polegała na powrocie do pierwotnych założeń egzaminu ósmoklasisty z matematyki co do liczby zadań w arkuszu. Zmienił się również standardowy czas trwania egzaminu ze 100 do 125 minut.

Tegoroczny arkusz egzaminacyjny okazał się trudniejszy niż w trzech poprzednich latach. Przyczyną mogła być zwiększona z czterech do sześciu liczba zadań otwartych, w których uczeń musiał samodzielnie zaplanować i zapisać strategię rozwiązania.

Analizując wyniki uzyskane za rozwiązania poszczególnych zadań, można wysunąć wniosek, że najwięcej trudności sprawiło zdającym operowanie wyrażeniami, rozwiązywanie równań, a zwłaszcza samodzielne ich układanie, zgodnie z podanymi warunkami zadania. Dotyczy to zarówno zadań z zakresu algebry jak również zadań z zakresu geometrii. O ile umiejętności przekształcania wyrażeń i rozwiązywania równań można wyćwiczyć, o tyle interpretowanie treści zadania wymaga wyposażenia uczniów w umiejętność twórczego podejścia do problemu i motywowania ich do podejmowania kolejnych prób w przypadku niepowodzenia. Jak pokazują przytoczone w opracowaniu przykłady rozwiązań zadań otwartych, wśród zdających są również uczniowie wykazujący się pomysłowością i prezentujący różne, nieschematyczne sposoby rozwiązania zadań.

Jednak niski poziom wykonania zadań pokazuje, że postawienie ucznia w nietypowej sytuacji zadaniowej jest nadal dla wielu z nich trudną do pokonania barierą. Jednym z przejawów braku pomysłu jest niepodjęcie próby rozwiązania zadania. Może to być związane z niską motywacją lub brakiem narzędzi – gdy zawiedzie jeden sposób, uczeń rezygnuje z dalszych prób.

Niejednokrotnie w osiągnięciu sukcesu w postaci pełnego rozwiązania przeszkodą były błędy rachunkowe. W zadaniach zamkniętych prowadziły do wyboru błędnej odpowiedzi, a w zadaniach otwartych uniemożliwiały uzyskanie maksymalnej liczby punktów.

Dla uczniów przygotowujących się do egzaminu ósmoklasisty powinno to być impulsem do doskonalenia sprawności rachunkowych oraz starannego wykonywania działań.

Sprawdzanie poprawności rachunków i kolejnych wyników pośrednich to też przepis na uniknięcie trudności podczas realizowania kolejnych etapów rozwiązania.

Osiągnięciu sukcesu w rozwiązywaniu problemów matematycznych sprzyja:

1. stawianie uczniów w sytuacjach, w których konieczne jest skorzystanie ze wzoru, zależności lub znanej reguły w nowej sytuacji
2. stosowanie podczas lekcji ćwiczeń prowadzących do formułowania wniosków na podstawie uzyskanych wyników
3. stwarzanie okazji do uogólniania poprzez zapisywanie zależności między wielkościami za pomocą wzorów
4. ćwiczenie, przy każdej okazji, sprawności rachunkowej i staranności w zapisie rozwiązań na wszystkich ich etapach
5. upowszechnianie zadań, w których uzyskanie jednego punktu wymaga od ucznia podjęcia dwóch poprawnych decyzji

6. stwarzanie uczniom warunków do rozwiązywania zadań różnymi sposobami i prezentowania ich pomysłów oraz wyboru tego, który jest dla nich dostępny
7. zadbanie o to, by podczas poszukiwania rozwiązania sprawdzane były wszystkie warunki zadania oraz oceniana sensowność otrzymanych wyników
8. wyposażanie uczniów w umiejętność poprawnego stosowania metody prób i błędów
9. stosowanie różnych sposobów rozwiązywania zadań zamkniętych, w tym weryfikowanie wyniku poprzez sprawdzenie go z warunkami zadania
10. dbanie o właściwe stosowanie jednostek
11. ćwiczenie nawyku sprawdzania, czy przedstawione zapisy doprowadziły do realizacji polecenia sformułowanego w zadaniu.

Podstawowe informacje o arkuszach dostosowanych

Opis arkusza dla uczniów z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera

Arkusz dla uczniów z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera z zakresu matematyki (OMAP-200-2505) został przygotowany na podstawie arkusza standardowego OMAP-100-2505, zgodnie z zaleceniami specjalistów. Uczniowie otrzymali arkusze dostosowane pod względem graficznym: wyróżniono informację o numerze każdego zadania i liczbie punktów możliwych do uzyskania za jego rozwiązanie, zwiększono odstępy między wierszami w tekstach, zastosowano – jednolity w całym arkuszu – pionowy układ odpowiedzi. W zadaniach zamkniętych umieszczono informacje o sposobie zaznaczenia właściwych odpowiedzi oraz dodano miejsca na rozwiązanie zadań – brudnopis. W zadaniach otwartych uszczegółowiono polecenia i wskazano miejsca na zapisanie odpowiedzi.

Wyniki uczniów z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera

WYKRES 5. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

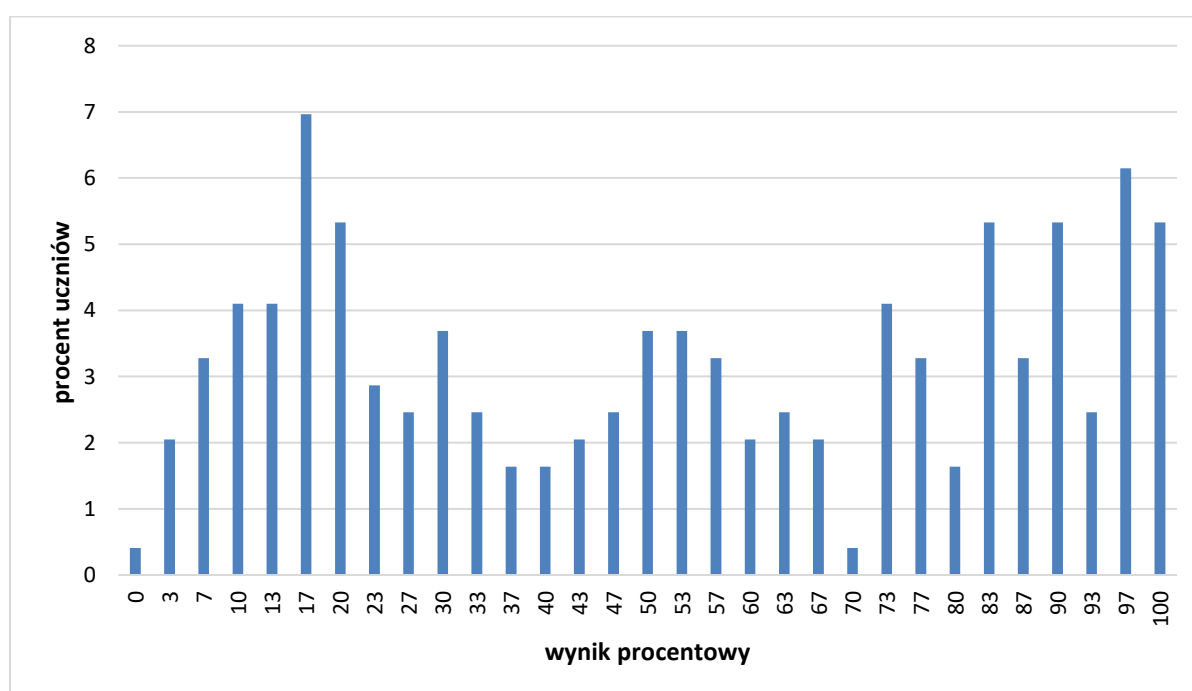


TABELA 12. WYNIKI UCZNIÓW Z AUTYZMEM, W TYM Z ZESPOŁEM ASPERGERA – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
244	0	100	53	17	53	32

Opis arkusza dla uczniów słabowidzących i uczniów niewidomych

Arkusze dla uczniów słabowidzących i uczniów niewidomych z zakresu matematyki (OMAP-400-2505, OMAP-500-2505, OMAP-600-2505) zostały przygotowane na podstawie arkusza OMAP-100-2505, zgodnie z zaleceniami specjalistów pracujących z uczniami z dysfunkcją wzroku. Uczniowie słabowidzący otrzymali arkusze, w których dostosowano wielkość czcionki (odpowiednio Arial 16 pkt i Arial 24 pkt), odstępy między wierszami, zmodyfikowano słownictwo i polecenia w zadaniach, uproszczono lub powiększono formy graficzne albo zastąpiono formy graficzne opisem oraz zastosowano – jednolity w całym arkuszu – pionowy układ odpowiedzi.

Dla uczniów niewidomych przygotowano arkusz w brajlu.

Wyniki uczniów słabowidzących i uczniów niewidomych

WYKRES 6. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

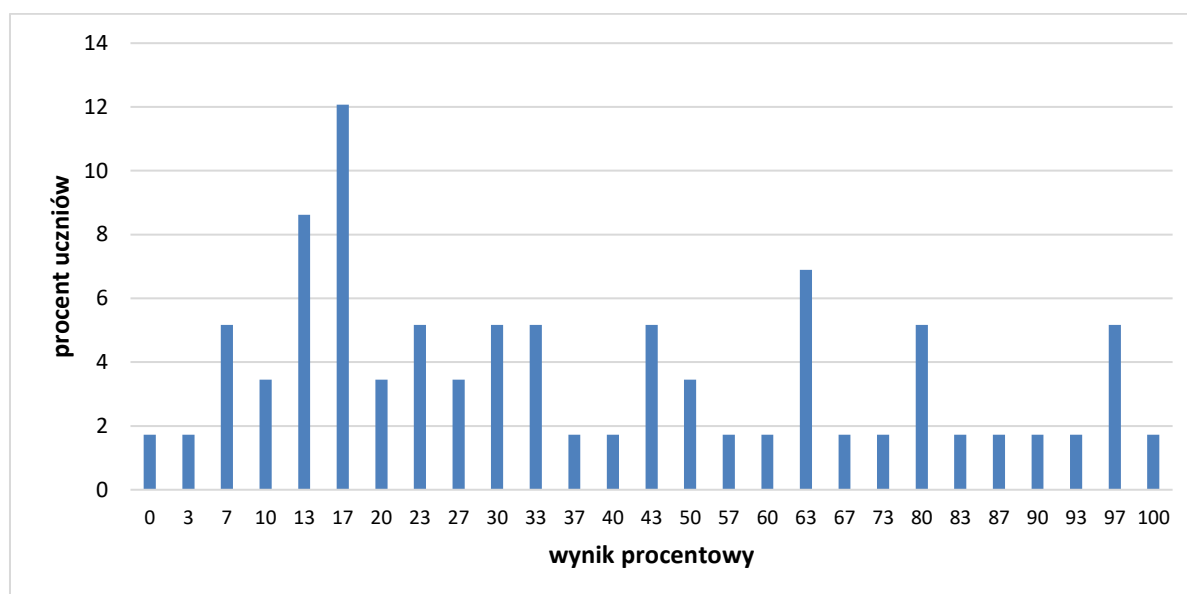


TABELA 13. WYNIKI UCZNIÓW SŁABOWIDZĄCYCH I UCZNIÓW NIEWIDOMYCH – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
58	0	100	32	17	41	30

Opis arkusza dla uczniów słabosłyszących i uczniów niesłyszących

Uczniowie słabosłyszący i uczniowie niesłyszący rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-700-2505, który został przygotowany na podstawie arkusza OMAP-100-2505 i dostosowany do ich dysfunkcji przez specjalistów. Trzony zadań i polecenia uproszczono, ograniczając je do niezbędnych informacji oraz dostosowano słownictwo. Wyróżniono podkreśleniem istotne do rozwiązywania zadań informacje, uszczegółowiono opis rysunków.

Wyniki uczniów słabosłyszących i uczniów niesłyszących

WYKRES 7. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

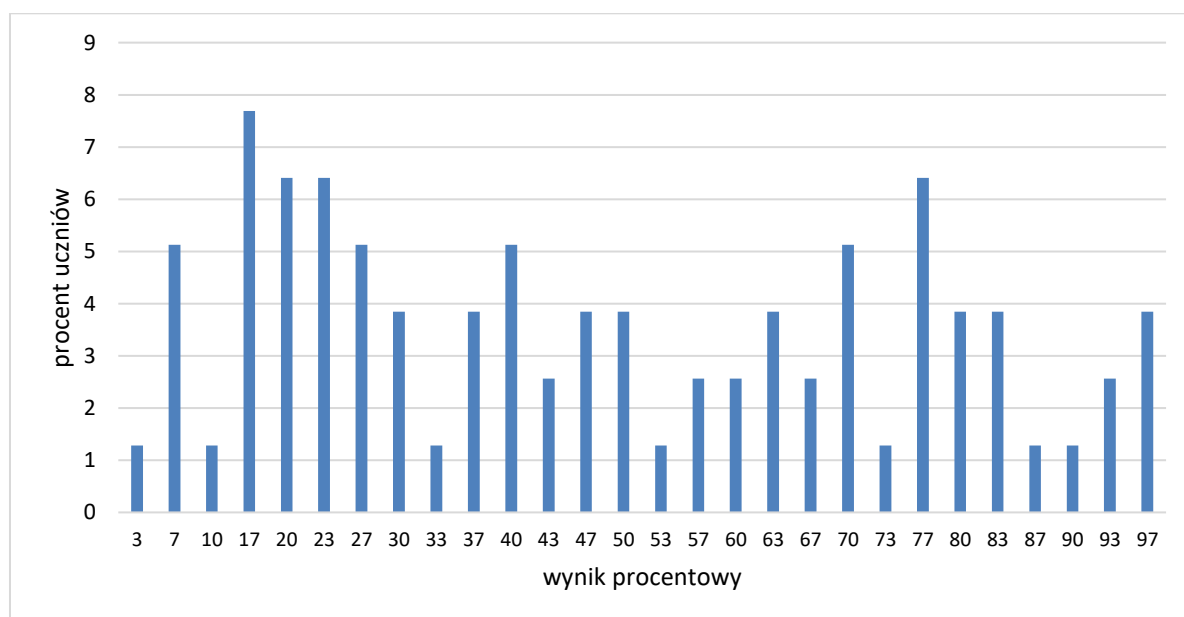


TABELA 14. WYNIKI UCZNIÓW SŁABOSŁYSZĄCYCH I UCZNIÓW NIESŁYSZĄCYCH – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
78	3	97	45	17	48	27

Opis arkusza dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu lekkim

Uczniowie z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu lekkim rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-800-2505. Arkusz egzaminacyjny zawierał 18 zadań: 10 zamkniętych i 8 otwartych. Wśród zadań zamkniętych były zadania wyboru wielokrotnego i zadania typu prawda-falsz. Zadania otwarte wymagały od uczniów samodzielnego sformułowania rozwiązania i zapisania odpowiedzi. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań uczeń mógł otrzymać maksymalnie 30 punktów (15 punktów za zadania zamknięte i 15 punktów za zadania otwarte). Treści zadań przedstawiono lub dodatkowo zilustrowano za pomocą różnych form graficznych – tabele, rysunki – które ułatwiały udzielenie poprawnych odpowiedzi. Wiele z nich nawiązywało do sytuacji życiowych bliskich uczniowi.

Wyniki uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu lekkim

WYKRES 8. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

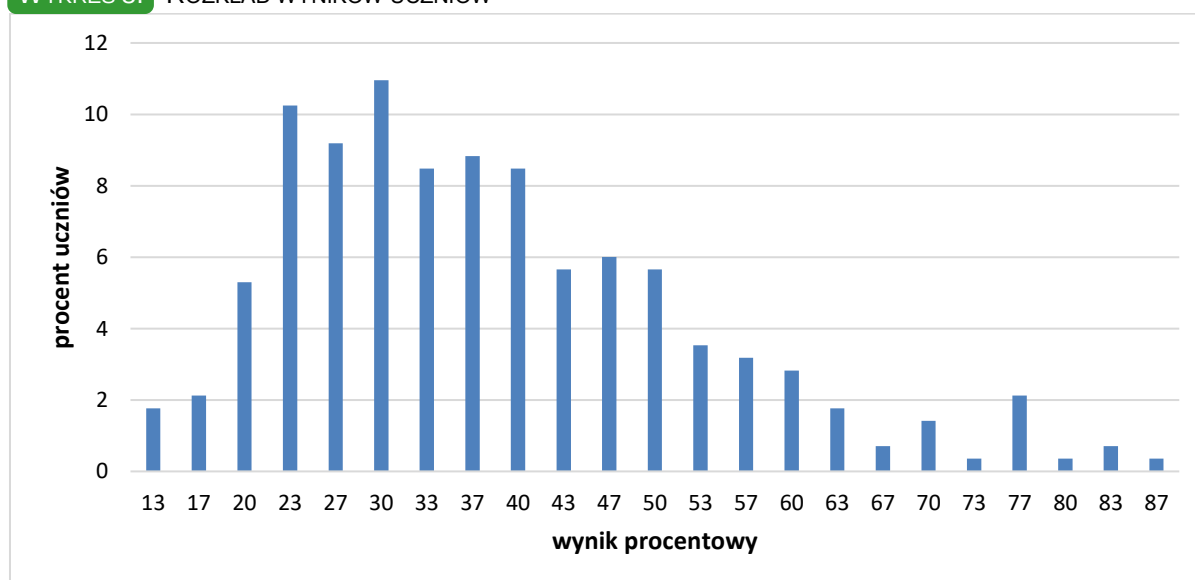


TABELA 15. WYNIKI UCZNIÓW Z NIEPEŁNOSPRAWNOŚCIĄ INTELEKTUALNĄ W STOPNIU LEKKIM – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
283	13	87	37	30	38	15

Opis arkusza dla uczniów z afazją

Uczniowie z afazją rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-900-2505. Arkusz egzaminacyjny zawierał 18 zadań: 11 zamkniętych i 7 otwartych. Wśród zadań zamkniętych było 7 zadań wyboru wielokrotnego i 4 zadania typu prawda-falsz. Zadania otwarte wymagały od uczniów samodzielnego sformułowania rozwiązania oraz zapisania odpowiedzi. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań uczeń mógł otrzymać maksymalnie 30 punktów (15 punktów za zadania zamknięte i 15 punktów za zadania otwarte). Arkusz został dostosowany zgodnie z zaleceniami specjalistów. Uczniowie otrzymali arkusze dostosowane pod względem graficznym: zastosowano czcionkę Arial 14 pkt, każde zadanie umieszczono na osobnej stronie, wyróżniono informację o numerze zadania i liczbie punktów możliwych do uzyskania za jego rozwiązanie, zwiększono odstępy między wierszami w tekstach i powiększono rysunki, zastosowano – jednolity w całym arkuszu – pionowy układ odpowiedzi. Przy każdym zadaniu zamkniętym umieszczono informację o sposobie zaznaczenia właściwej odpowiedzi.

Wyniki uczniów z afazją

WYKRES 9. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

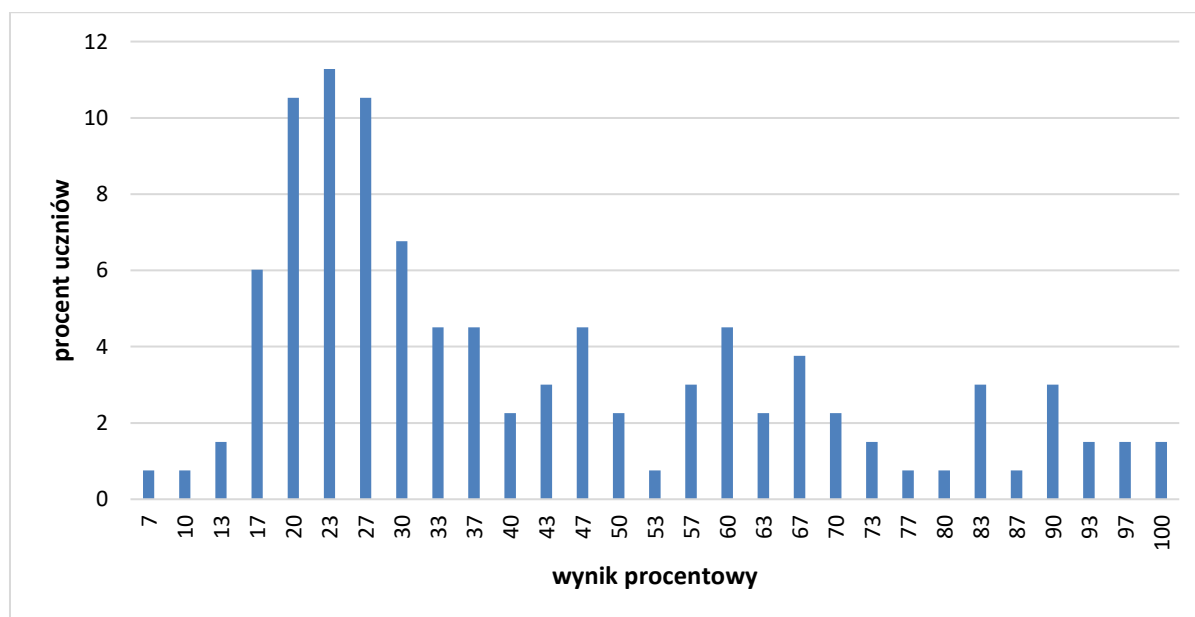


TABELA 16. WYNIKI UCZNIÓW Z AFAZJĄ – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
133	7	100	33	23	42	24

Opis arkusza dla uczniów z niepełnosprawnością ruchową spowodowaną mózgowym porażeniem dziecięcym

Uczniowie z niepełnosprawnością ruchową spowodowaną mózgowym porażeniem dziecięcym rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-Q00-2505. Arkusz egzaminacyjny zawierał 18 zadań: 11 zamkniętych i 7 otwartych. Wśród zadań zamkniętych było 7 zadań wyboru wielokrotnego i 4 zadania typu prawda-falsz. Zadania otwarte wymagały od uczniów samodzielnego sformułowania rozwiązania oraz zapisania odpowiedzi. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań uczeń mógł otrzymać maksymalnie 30 punktów (15 punktów za zadania zamknięte i 15 punktów za zadania otwarte). Arkusz został dostosowany zgodnie z zaleceniami specjalistów. Uczniowie otrzymali arkusze dostosowane pod względem graficznym: zastosowano czcionkę Arial 14 pkt, każde zadanie umieszczono na osobnej stronie, wyróżniono informację o numerze zadania i liczbie punktów możliwych do uzyskania za jego rozwiązanie, zwiększono odstępy między wierszami w tekstach i powiększono rysunki, zastosowano – jednolity w całym arkuszu – pionowy układ odpowiedzi. Przy każdym zadaniu zamkniętym umieszczono informację o sposobie zaznaczenia właściwej odpowiedzi.

Wyniki uczniów z niepełnosprawnością ruchową spowodowaną mózgowym porażeniem dziecięcym

TABELA 17. WYNIKI UCZNIÓW Z NIEPEŁNOSPRAWNOŚCIĄ RUCHOWĄ SPOWODOWANĄ MÓZGOWYM PORAZENIEM DZIECIĘCYM – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
5	-	-	-	-	-	-

Opis arkusza dla uczniów, o których mowa w art. 94a ust. 1 ustawy (cudzoziemcy)

Uczniowie, o których mowa w art. 94a ust. 1 ustawy (cudzoziemcy), rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-C00-2505. Arkusz ten składał się z 21 zadań: 15 zamkniętych oraz 6 otwartych. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań uczeń mógł otrzymać maksymalnie 30 punktów (15 punktów za zadania zamknięte i 15 punktów za zadania otwarte). Arkusz był dostosowany do potrzeb zdających, którym ograniczona znajomość języka polskiego utrudnia zrozumienie czytanego tekstu.

Wyniki uczniów, o których mowa w art. 94a ust. 1 ustawy (cudzoziemcy)

WYKRES 10. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

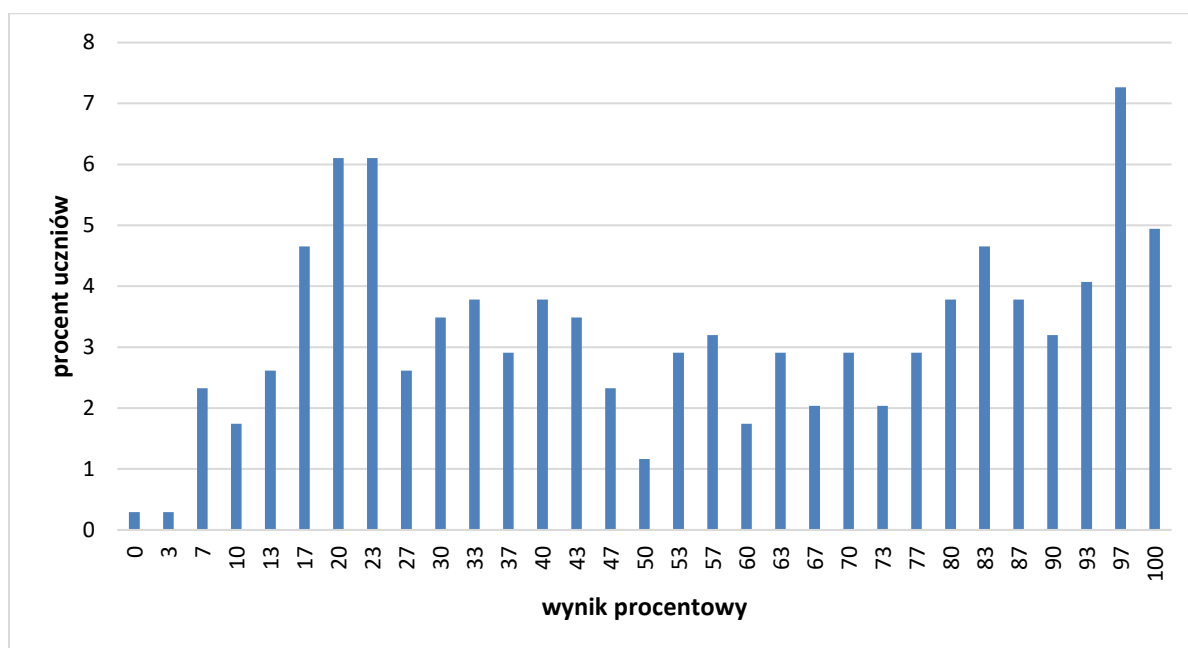


TABELA 18. WYNIKI UCZNIÓW, O KTÓRYCH MOWA W ART. 94A UST. 1 USTAWY (CUDZOZIEMCY) – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
344	0	100	53	97	55	30

Opis arkusza dla uczniów obywateli Ukrainy

Uczniowie, obywatele Ukrainy rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAU-C00-2505, przetłumaczone w arkuszu standardowym z języka polskiego na język ukraiński.

Wyniki uczniów obywateli Ukrainy

WYKRES 11. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

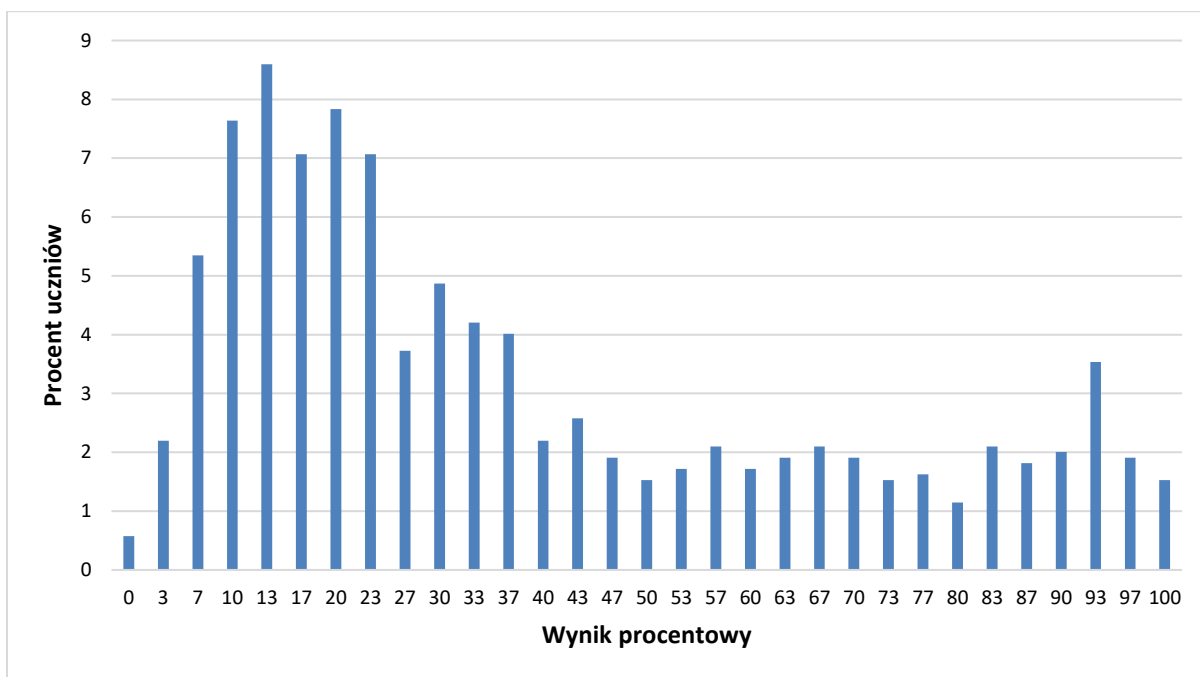


TABELA 19. WYNIKI UCZNIÓW OBYWATELI UKRAINY – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
1 047	0	100	27	13	38	28

Opis arkusza dla uczniów z zaburzeniem widzenia barw

Arkusz dla uczniów z zaburzeniem widzenia barw z zakresu matematyki (OMAP-K00-2505) został przygotowany na podstawie arkusza standardowego OMAP-100-2505. Zgodnie z zaleceniami specjalistów wszystkie rysunki, ilustracje i elementy graficzne zostały wykonane w odcieniach szarości.

Wyniki uczniów z zaburzeniem widzenia barw

TABELA 20. WYNIKI UCZNIÓW Z ZABURZENIEM WIDZENIA BARW – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
12	-	-	-	-	-	-